

## Einleitung

Dieses sind die kompletten Präsenzaufgaben, die bei der Übung zur Vorlesung "Einführung in die Stochastik" im Sommersemester 2007 gerechnet wurden. Bei Rückfragen und Anmerkungen bitte an **brune(at)upb.de** wenden.

## 1 1. Übung

### 1.1 Urnenmodelle

**Satz 1.1.1** *Wir haben eine Urne mit  $n$  verschiedenen Kugeln und ziehen daraus  $m$  Kugeln nach gewissen Regeln. Dann gilt für die Anzahl der Möglichkeiten:*

- a) *bei Ziehen mit Zurücklegen und mit Berücksichtigung der Reihenfolge:  $n^m$  Möglichkeiten*
- b) *bei Ziehen ohne Zurücklegen und mit Berücksichtigung der Reihenfolge:  $\frac{n!}{(n-m)!}$  Möglichkeiten*
- c) *bei Ziehen mit Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge:  $\binom{n+m-1}{m}$  Möglichkeiten*
- d) *bei Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge:  $\binom{n}{m}$  Möglichkeiten*

### 1.2 Beispiele

**Beispiel 1.2.1** *Wieviele Zahlen mit fünf Ziffern gibt es?*

**Beispiel 1.2.2** *Wieviele Zahlen mit fünf verschiedenen Ziffern gibt es?*

**Beispiel 1.2.3** *Es gibt fünf verschiedene Sorten von Mineralwasser, wieviele Möglichkeiten gibt es einen Kasten mit zwölf Flaschen zu befüllen?*

**Beispiel 1.2.4** *Wieviele Möglichkeiten gibt es aus zehn Äpfeln fünf auszuwählen?*

### 1.3 Aufgaben

**Aufgabe 1.3.1** *Wir schießen beim Rummel zweimal auf eine Scheibe mit vier Ringen, wobei wir jeden Bereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit treffen. Wie sieht die Wahrscheinlichkeitsverteilung aus für*

- a) *Summe der beiden Schüsse?*
- b) *Maximum der beiden Schüsse?*

**Aufgabe 1.3.2** Seien  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  Ereignisse. Zeige:

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - \\ -P(E_1 \cap E_2) - P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$$

**Aufgabe 1.3.3** Eugen wirft 25-mal eine Münze. Wieviele verschiedene Ausgänge gibt es, wenn es

- auf die Reihenfolge ankommt?
- nicht auf die Reihenfolge ankommt?
- Wieviele Möglichkeiten gibt es  $k$ -mal Zahl zu werfen?
- Wieviele Möglichkeiten gibt es mindestens dreimal Zahl zu werfen?

**Aufgabe 1.3.4** Fünf Briefe werde zufällig in fünf adressierte Kouverts gesteckt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jeder Brief seinen Empfänger erreicht?

**Aufgabe 1.3.5** Auf dem Freiplatz haben sich 15 Spieler, davon drei Frauen, eingefunden.

- Wieviele Möglichkeiten gibt es drei Teams, rot, blau, weiß, zu bilden?
- Wieviele Möglichkeiten gibt es drei Teams, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge, zu bilden?
- Wieviele Möglichkeiten gibt es, so dass in jedem Team genau eine Frau spielt?

**Aufgabe 1.3.6** In einer Urne liegen zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Ich entnehme nacheinander alle Kugeln. Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn

- alle Kugeln unterscheidbar sind?
- die Kugel nicht unterscheidbar sind?

Ein Würfel wird 12-mal geworfen, mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt jede Zahl zweimal?

## 2 2. Übung

### 2.1 Aufgaben

**Aufgabe 2.1.1** Sei

$$P(E_i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad i = 0, \dots, n \quad (2.1)$$

Zeige, dass dadurch ein Wahrscheinlichkeitsraum gegeben ist!

**Aufgabe 2.1.2** Ein Prüfer hat 18 Fragen, von denen wählt er in jeder Prüfung sechs zufällig. der Prüfling kennt aber nur die Antworten zu zehn Fragen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man die Prüfung besteht, wenn man mindestens vier Fragen richtig beantworten muss?

**Aufgabe 2.1.3** Eine gezinkte Münze mit  $P(\text{Wappen}) = 0.6$  wird dreimal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werfe ich genau  $k$ -mal Wappen?

**Aufgabe 2.1.4** Zum Ende eines Basketballspiels steht es 91 : 89 für die Heimmannschaft. Gleichzeitig mit dem Ende des Spiels erhält Spieler Hans von der Gastmannschaft 3 Freiwürfe, jeder zählt bei Erfolg einen Punkt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt die Gastmannschaft in regulärer Spielzeit?

**Aufgabe 2.1.5** Peter und Paul treffen sich in der Zeit von 14 bis 14.10 Uhr. Jeder kommt zufällig innerhalb dieser Zeit. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treffen sie sich, unter der Annahme, dass jeder bereit ist, drei Minuten auf den anderen zu warten?

**Aufgabe 2.1.6** Wir spielen Schere/Stein/Papier.

- Ist dieses ein gerechtes Spiel?
- Zerstört "Brunnen" das Spiel?

### 2.2 Beispiele

**Beispiel 2.2.1 (Wahrscheinlichkeitsräume)** Sei

$$\Omega = \mathbf{N}_0, \quad \lambda > 0, \quad p_i = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} \quad (2.2)$$

dann ist dies ein Wahrscheinlichkeitsraum.

**Beispiel 2.2.2** Sei

$$\Omega = \mathbf{N}, \quad p_i = p(1-p)^{i-1}, \quad 0 < p < 1 \quad (2.3)$$

dann ist dies auch ein Wahrscheinlichkeitsraum.

**Beispiel 2.2.3** Sei

$$\Omega = \mathbb{N}, \quad p_i = \frac{6}{(\pi i)^2} \quad (2.4)$$

dann ist dies auch ein Wahrscheinlichkeitsraum.

### 3 3. Übung

#### 3.1 Aufgaben

**Aufgabe 3.1.1** Es seien drei Maschinen  $A, B$  und  $C$  gegeben. Die Hälfte aller Werkstücke wird von Maschine  $A$ , 35 Prozent von Maschine  $B$  und der Rest von Maschine  $C$  produziert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhaftes Werkstück von Maschine  $A$  produziert wurde, unter der Annahme, dass bei Maschine  $A$  ein Prozent, bei Maschine  $B$  zwei Prozent und bei Maschine  $C$  drei Prozent aller Werkstücke fehlerhaft sind?

**Aufgabe 3.1.2** Ein Briefmarkenhändler bietet zwölf seltene Marken an, Davon sind zehn Originale. Ein Kunde wählt zufällig eine Marke aus, befragt aber, bevor er sie kauft, einen Experten um Rat. Dieser gibt in neun von zehn Fällen ein korrektes Urteil ab, unabhängig davon, ob die Marke ein Original oder eine Fälschung ist. Wenn der Experte entscheidet, dass die Briefmarke eine Fälschung ist, so gibt der Kunde sie zurück und wählt eine neue.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese dann ein Original?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zuerst gewählte Briefmarke ein Original, obwohl der Experte auf Fälschung entschieden hat?

*Tipp: Löse zuerst den zweiten Aufgabenteil!*

**Aufgabe 3.1.3** Sei

$$P(A) = p_1, \quad P(B) = p_2 \text{ und } P(A \cap B) = p_3. \quad (3.5)$$

Berechne:

- $P(B | A)$
- $P(A | B)$
- $P(\bar{B} | A)$
- $P(\bar{B} | \bar{A})$

**Aufgabe 3.1.4** In einer Gruppe sind acht Herren und vier Damen. Es werden vier Gruppen à drei Personen gebildet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist in jeder Gruppe genau eine Frau?

## 4 4. Übung

### 4.1 Aufgaben

**Aufgabe 4.1.1** *Es seien  $N + 1$  Urnen gegeben, nennen wir sie  $U_0, \dots, U_N$ . In jeder Urne liegen  $N$  Kugeln, schwarz und weiß gefärbt, so dass in der  $n$ -ten Urne  $n$  schwarze und  $N - n$  weiße Kugeln liegen. Man wähle willkürlich eine Urne aus und ziehe aus dieser eine Kugel.*

- *Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um eine schwarze Kugel?*
- *Angenommen, es wurde eine schwarze Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt diese dann aus der  $n$ -ten Urne?*

**Aufgabe 4.1.2** *An der Universität gibt es nach Studienbeginn einen Eignungstest. Nach Ende der Durchschnittsstudienzeit stellt man fest, dass 35% der Studenten den Abschluß nicht erreicht haben. 85% dieser Studenten hatten ein negatives Testergebnis. 2% derer, die das Studienziel erreicht haben, hatten im Eingangstest schlecht abgeschnitten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht ein Student mit negativem Testergebnis das Studienziel nicht?*

**Aufgabe 4.1.3** *Zeige*

- $P(A \cap B | A) = P(B | A)$
- $P(A \cup B | A) = 1$
- $P(B | A) + P(\bar{B} | A) = 1$

**Aufgabe 4.1.4** *Sei  $P(A) \neq 0 \neq P(B)$ . Dann gilt:*

$$P(B | A) > P(B) \Rightarrow P(A | B) > P(A) \quad (4.6)$$

**Aufgabe 4.1.5** *Ein Kellner hat in der linken Hosentasche drei Ein-Euro-Stücke und zwei 50-Cent-Stücke. In der rechten hat er zwei Ein-Euro und fünf 50-Cent-Stücke. Er greift in die linke Tasche, wählt drei Münzen zufällig aus und steckt diese in die rechte Tasche. Dann nimmt er eine Münze aus der rechten Tasche. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese ein Ein-Euro-Stück?*

## 5 5. Übung

### 5.1 Aufgaben

**Aufgabe 5.1.1** *Eine Urne enthält 2 schwarze, 2 rote und 6 grüne Kugeln. Bestimme die Wahrscheinlichkeit eine schwarze und eine rote Kugel zu ziehen. Betrachte dabei verschiedene Möglichkeiten in Bezug auf mit und ohne Zurücklegen und zeichne einen Wahrscheinlichkeitsgraphen.*

### Aufgabe 5.1.2 Zeige

- $A$  und  $B$  unabhängig  $\Leftrightarrow A$  und  $\overline{B}$  unabhängig
- $A, B$  und  $C$  unabhängig  $\Rightarrow A \cup B$  und  $C$  unabhängig

**Definition 5.1.3** Zwei Mengensysteme  $\Xi_1$  und  $\Xi_2$  heißen unabhängig, falls  $\forall A \in \Xi_1, \forall B \in \Xi_2$  gilt  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ .

**Aufgabe 5.1.4** Zeige: Gilt  $\Xi_1 \subset \Xi_2$ . Dann gilt:

$\Xi_1$  und  $\Xi_2$  unabhängig  $\Leftrightarrow P(A) = 0$  oder  $P(A) = 1$  für alle  $A \in \Xi_1$

**Aufgabe 5.1.5** Eine Urne enthält 120 Kugeln, nummeriert von 1 bis 120. Eine Kugel wird zufällig gezogen. Sei  $A$  das Ereignis, dass die Kugelnummer ein Vielfaches von 3 ist,  $B$ , dass die Kugelnummer ein Vielfaches von 4 ist und  $C$ , dass die Kugelnummer ein Vielfaches von 5 ist.

- Sind  $A, B$  und  $C$  unabhängig?
- Gibt analog den Definitionen von  $A, B$  und  $C$  drei Vielfachmengen an, die abhängig sind.
- Welche Bedingungen müssen derartige Mengen erfüllen, damit sie unabhängig sind?

## 6 6.Übung

### 6.1 Aufgaben

**Aufgabe 6.1.1** Ein Medikament führt mit 70% Wahrscheinlichkeit zur Heilung. Es werden 6 Patienten behandelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens die Hälfte der Patienten gesund wird?

**Aufgabe 6.1.2** Wie oft muss man eine Münze mindestens werfen, um mindestens zweimal Zahl zu haben. (Tipp: Bestimme  $n$  bei einer Bernoulli-Kette und die Wahrscheinlichkeit für mindestens zwei Treffer bei  $n$  Versuchen)

**Aufgabe 6.1.3** Zwei Spieler  $A$  und  $B$  werfen einen Würfel in folgender Reihenfolge:

$ABBABABABA\dots$  Der Spieler, der zuerst eine 6 würfelt gewinnt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt  $A$ ?

Man mache sich den Unterschied zwischen den beiden folgenden Aufgaben klar.

**Aufgabe 6.1.4** Von 100 Personen sind 2 Linkshänder. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 6 Personen mindestens ein Linkshänder ist?

**Aufgabe 6.1.5** Von 100 Personen sind durchschnittlich 2 Linkshänder. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 6 Personen mindestens ein Linkshänder ist?

## 7 7.Übung

### 7.1 Aufgaben

**Aufgabe 7.1.1** Sei

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ x & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

- Berechne die Dichtefunktion  $\rho(x)$
- Berechne die Verteilungs- und Dichtefunktion zu  $Z = 3X + 1$  und  $Y = \ln X$

**Aufgabe 7.1.2** Sei

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \alpha x^2(1-x) & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{für } 1 < x \end{cases}$$

- Für welches  $\alpha$  ist  $\rho(x)$  Dichtefunktion?
- Man berechne  $F_X(x)$ !

**Aufgabe 7.1.3** Das Schießen auf ein Ziel wird bei einer Treffwahrscheinlichkeit von  $p = 0.8$  bis zum ersten Treffer, höchstens aber bis zum vierten Schuß fortgesetzt. Das Ergebnis beim  $i$ -ten Schuß ist dabei unabhängig vom Ergebnis der vorangehenden Schüsse.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das Ziel getroffen?
- Bestimme die Verteilungsfunktion!

**Aufgabe 7.1.4** Es seien die folgenden beiden Funktionen gegeben:

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2} & \text{für } x \leq -1 \\ 0 & \text{für } -1 < x \leq 1 \\ \frac{1}{2x^2} & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ \frac{3}{x^4} & \text{für } 0 < x < 1 \end{cases}$$

Zeige, dass die Funktionen Dichtefunktionen sind und bestimme jeweils die Verteilungsfunktion!

## 8 8.Übung

### 8.1 Aufgaben

**Aufgabe 8.1.1** Eine Münze wird so lange geworfen, bis sie zum ersten Mal Kopf zeigt. Sei  $k$  die Anzahl der durchgeführten Würfe. Wenn  $k$  ungerade ist, zahlt der Spieler  $k$  Euro an die Bank, andernfalls die Bank  $k$  Euro an den Spieler. Sei  $G$  die Zufallsvariable, die die Bilanz des Spiels für die Bank angibt.

- Schreibe die Zufallsvariable  $G$  mathematisch korrekt auf!
- Zeige, dass  $E(G)$  existiert!
- Berechne  $E(G)$ !

Setze nun

$$G' = \begin{cases} 2^k & \text{für } k \text{ ungerade} \\ -2^k & \text{für } k \text{ gerade} \end{cases}$$

- Existiert  $E(G')$ ?

**Aufgabe 8.1.2** Wir werfen eine ideale Münze 3-mal. Sei  $X$  die Anzahl, wie oft Kopf auftritt.

- Berechne  $E(X)$ !
- Berechne  $E(X^2)$ !

**Aufgabe 8.1.3** Sei  $X$  eine Zufallsvariable, die auf den natürlichen Zahlen verteilt ist. Es gelte zudem, dass der Erwartungswert von  $X$  existiert.

- Zeige  $E(X) = \sum_{k \in \mathbb{N}} P(X \geq k)$

**Aufgabe 8.1.4** Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit folgender Verteilungstabelle:

$x_i$	2	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

- Berechne die Verteilungsfunktion!
- Berechne die Verteilungsfunktion von  $Y = 4X$  und den Erwartungswert von  $Y$ !

**Aufgabe 8.1.5** Zu der Zufallsvariable  $X$  sei folgende Dichtefunktion gegeben:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ 12x^2(1-x) & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

- Berechne den Erwartungswert von  $X$ !



## 9 9.Übung

### 9.1 Aufgaben

**Aufgabe 9.1.1** Man würfelt so lange, bis jede der Zahlen 1 bis 6 einmal gekommen ist.

- Wie groß ist der Erwartungswert der Anzahl der benötigten Würfe?

*Tipp/Anleitung:* Sei  $X_i$  die Anzahl der Würfe bis zur  $i$ -ten verschiedenen Zahl. Definiere (Hilfs-)Zufallsvariable  $Y_i$  mit

$$Y_1 = 1, \quad Y_i = X_i - X_{i-1}.$$

Gefragt ist also nach  $E(X_6)$ , wie ist  $Y_i$  verteilt?

**Aufgabe 9.1.2** Sei  $X$  auf  $\mathbb{N}$  folgendermaßen verteilt:

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}.$$

- Berechne  $E(X)$ !

*Tipp:*  $\sum_{k=1}^{\infty} kq^k = \frac{q}{(1-q)^2}$

**Aufgabe 9.1.3** Sei

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{4} & \text{für } 1 < x \leq 2 \\ \frac{1}{2}(x-2) + \frac{1}{2} & \text{für } 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{für } x > 3 \end{cases}$$

- Berechne  $E(X)$ !

**Aufgabe 9.1.4** Sei

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ \sin x & \text{für } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{für } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- Ist dieses eine Wahrscheinlichkeits-Dichte?
- Berechne den Erwartungswert von  $X$ !

## 10 10. Übung

### 10.1 Aufgaben

**Aufgabe 10.1.1** Wir spielen Lotto. Sei  $X$  die Anzahl der Richtigen.

- Berechne  $E(X)$ !
- Berechne  $V(X)$ !

**Aufgabe 10.1.2** Sei  $X \geq 0$  mit  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  und  $\Omega$  diskret. Zeige die sogenannte Markovsche Ungleichung:

$$P(X \geq R) \leq \frac{E(X)}{R}$$

**Aufgabe 10.1.3** Wir werfen 1000 mal eine ideale Münze. Sei  $X$  die Anzahl der Würfe, die Kopf zeigen.

- Schätze  $P(X \leq 550)$  mit der Markovschen Ungleichung ab!
- Schätze  $P(X \leq 550)$  mit der Tschebyscheffschen Ungleichung ab!

Wir werfen nun 10000 mal eine ideale Münze. Sei  $Y$  die Anzahl der Würfe, die Kopf zeigen.

- Schätze  $P(Y \leq 5500)$  mit der Markovschen Ungleichung ab!
- Schätze  $P(Y \leq 5500)$  mit der Tschebyscheffschen Ungleichung ab!
- Vergleiche mit dem Ergebnis für  $X$

**Aufgabe 10.1.4** Wir werfen einen idealen Würfel sechsmal. Wir interessieren uns für die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable  $Y$ , die der Summe aller sechs Würfe entspricht, einen Wert von mindestens  $\frac{5}{3}$  des erwarteten Wertes annimmt, also für  $P(Y \geq \frac{5}{3}E(Y))$ .

- Berechne  $E(X)$ !
- Berechne  $V(X)$ !
- Schätze  $P(Y \geq \frac{5}{3}E(Y))$  mit der Markovschen Ungleichung ab!
- Schätze  $P(Y \geq \frac{5}{3}E(Y))$  mit der Tschebyscheffschen Ungleichung ab!
- Berechne  $P(Y \geq \frac{5}{3}E(Y))$  exakt!

## 11 11. Übung

### 11.1 Aufgaben

**Aufgabe 11.1.1** Sei

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

- Zeige:  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$

**Aufgabe 11.1.2** Die Feuerwehr hat im Schnitt fünf Einsätze pro Tag.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie heute höchstens zwei Einsätze?

**Aufgabe 11.1.3** Beim Würfeln kann man auf die Zahlen eins bis sechs setzen. Falls beim Wurf dreier Würfel die Zahl  $k$ -mal erscheint, so behält man seinen Einsatz und erhält zusätzlich das  $k$ -fache seines Einsatzes, andernfalls verliert man. Sei  $G$  die Funktion die den eigenen Gewinn angibt.

- Berechne  $E(G)$ !
- Berechne  $V(G)$ !

**Aufgabe 11.1.4** Berechne Erwartungswert und Varianz der Binomialverteilung. Unterteile dabei den Bernoullierversuch zum Parameter  $n$  in  $n$  unabhängige Einzelversuche.

**Aufgabe 11.1.5** Die Zeit zwischen der Ankunft von Bienen auf einer Kirschlüte ist exponentialverteilt mit Parameter  $\lambda = 0.3/h$ .

- Wie wahrscheinlich ist es, dass die Blüte länger als 3 Stunden auf die nächste Biene wartet?

## 12 12. Übung

### 12.1 Hinweise

**Bemerkung 12.1.1 (Warnung)** Die Funktion  $\phi$ , wie sie in der Vorlesung definiert ist, ist in der Literatur oft unterschiedlich definiert. In einigen Büchern bezeichnet die Funktion  $\phi$  die Funktion  $F_{0,1}$ . Man muß also immer darauf achten, auf welche Funktion sich die jeweilige Tabelle bezieht. Es gilt folgende Umrechnung für  $x > 0$ :

$$\phi(x) = 2F_{0,1}(x) - 1 \quad (12.7)$$

**Bemerkung 12.1.2 (Umrechnung)** Habe ich eine beliebige Normalverteilung gegeben, kann ich diese folgendermaßen auf die Standardnormalverteilung umrechnen:

$$F_{\mu,\sigma^2}(r) = F_{0,1}\left(\frac{r - \mu}{\sigma}\right). \quad (12.8)$$

## 12.2 Aufgaben

**Aufgabe 12.2.1** Zeige:

- $F_{0,1}(x) = 1 - F_{0,1}(-x)$

Sei  $X \sim N(0, 1)$ . Dann gilt:

- $P(|X| \leq c) = 2F_{0,1}(c) - 1$

Sei nun  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Dann gilt:

- $P(|X - \mu| \leq c) = 2F_{0,1}\left(\frac{c}{\sigma}\right) - 1$

**Aufgabe 12.2.2** Die Länge  $X$  einer Schraubensorte sei  $N(10, 0, 25)$  verteilt.

- Man berechne die Wahrscheinlichkeiten für  $P(X > 10, 2)$  und  $P(10, 1 < X < 10, 3)$ !
- Man berechne  $g$  so, dass das Intervall  $I = [10 - g, 10 + g]$  die zufällige Länge  $X$  mit Wahrscheinlichkeit größer als 95% enthält!

**Aufgabe 12.2.3** Sei  $X \sim B_{n,p}$  verteilt. Sei  $\bar{X} = \frac{1}{n}X$ . Zeige

- $P(|\bar{X} - p| < c) \geq 1 - \frac{1}{4nc^2}$

Wie oft muß ein Bernoulli-Experiment mindestens wiederholt werden, wenn die relative Häufigkeit  $h$  für Treffer mit Wahrscheinlichkeit von wenigstens 95% im Intervall zwischen  $p - 0,1$  und  $p + 0,1$  liegen soll?