

Ü b u n g s b l a t t 9

Mit * und ** gekennzeichnete Aufgaben können zum Sammeln von Bonuspunkten verwendet werden. Lösungen von *-Aufgaben sind schriftlich abzugeben im Zettelkasten Nr. 5 auf dem D1 bis Mittwoch, 13.6.07, 11:00 Uhr. Lösungen von **-Aufgaben sind per Web-Formular unter <http://www.math.upb.de/~walter> (→ Lehre SS 07 → Übungen) abzuliefern bis spätestens Mittwoch, 13.6.07, 23⁵⁹ Uhr.

Aufgabe 49:** (Erwartungswerte. 20 Punkte)

Dies ist eine Online-Aufgabe, die bis zum 13.6.06, 23⁵⁹ Uhr, abzuliefern ist.

Betrachte die Verteilungsfunktion

$$F_X(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } r < 0, \\ r/2 & \text{für } 0 \leq r < 1, \\ 3/5 & \text{für } 1 \leq r < 2, \\ (3 \cdot r + 1)/10 & \text{für } 2 \leq r < 3, \\ 1 & \text{für } 3 \leq r. \end{cases}$$

einer Zufallsvariablen X (die Daten werden vom Aufgabenserver zufällig abgeändert). Berechne den Erwartungswert!

Anleitung: Da keiner der Fälle „ X ist diskret“ bzw. „ X ist kontinuierlich“ in reiner Form vorliegt, benutze man Satz 2.21.4) der Vorlesung, um das Stieltjes-Integral des Erwartungswertes auf ein „normales“ Riemann-Integral zurückzuführen.

Aufgabe 50: (Erwartungswerte)

Ein Raumschiff bestehe aus 3 Teilen A , B und C , die jeweils völlig zerstört werden, wenn sie von (mindestens) einem Meteoriten getroffen werden. Das gesamte Raumschiff fällt aus, wenn A oder (B und C) ausfallen. Wieviele Meteoriten müssen das Raumschiff im Durchschnitt treffen, bis es ausfällt?

Aufgabe 51*: (Erwartungswerte. 20 Punkte)

Mein Lotto„system“ besteht darin, dass ich beim nächsten Mal so viele (unabhängige) Lottotips abgebe, wie die erste gezogene Lottozahl der letzten Ziehung angab. Nach wievielen Wochen darf ich das erste Mal mit „6 Richtigen“ rechnen? (Beachte Aufgabe 47.a.)

Aufgabe 52*: (Erwartungswerte. 20 Punkte)

Der Anteil q einer Personengruppe hat eine Krankheit, die durch eine (teure) Blutuntersuchung entdeckt werden kann. Der Anteil $p = 1 - q$ hat keine Erreger im Blut. Es sollen alle kranken Personen identifiziert werden. Vergleiche zwei Untersuchungsmethoden:

- (1) *Einzelprüfung:* Jeder wird einzeln untersucht. Man braucht einen Test pro Person.

(2) *Gruppenprüfung*: Das Blut von jeweils r Personen wird gemischt und untersucht. Wenn der Test positiv ist, werden alle Personen der Gruppe nochmal einzeln geprüft.

Vergleiche die mittleren Kosten der einzelnen Methoden in Abhängigkeit von p und r . Bestimme für $p = 0.99$ den kostengünstigsten Wert von r (z.B. per Wertetabelle der Kosten für diverse r). (Zur Kontrolle: die Ersparnis von (2) gegenüber (1) liegt bei etwa 80%.)