

Ü b u n g s b l a t t 8

Mit * und ** gekennzeichnete Aufgaben können zum Sammeln von Bonuspunkten verwendet werden. Lösungen von *-Aufgaben sind schriftlich abzugeben im Zettelkasten Nr. 5 auf dem D1 bis Mittwoch, 6.6.07, 11:00 Uhr. Lösungen von **-Aufgaben sind per Web-Formular unter <http://www.math.upb.de/~walter> (→ Lehre SS 07 → Übungen) abzuliefern bis spätestens Mittwoch, 6.6.07, 23⁵⁹ Uhr.

Aufgabe 44: (Verteilungen von Zufallsvariablen, Erwartungswerte)

Bei dreimaligem Wurf mit einem fairen Würfel sei X die Anzahl der Würfe, bei denen die Augenzahl mindestens 5 beträgt. Bestimme die Verteilungsfunktion F_X und den Erwartungswert $E(X)$.

Aufgabe 45: (Erwartungswerte über diskreten Modellen)

Sei $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ ein diskretes Modell, $X : \Omega \mapsto \{r_1, r_2, \dots\} \subset \mathbb{R}$ eine beliebige Zufallsvariable. Zeige formal, dass aus der Definition 2.22 bzw. 2.24.a) des Skripts die alternative Formel

$$E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) P(\{\omega\})$$

aus Bemerkung 2.25 des Skripts folgt.

Aufgabe 46*: (Erwartungswerte. 10 + 10 Punkte)

In einem Gebiet wird Öl vermutet. Es werden nacheinander unabhängige Versuchsbohrungen durchgeführt, die jeweils mit Wahrscheinlichkeit p zum Erfolg führen. Jede Einzelbohrung verursacht die Kosten K . Welche Gesamtkosten muss man im Mittel aufwenden, bis man zum ersten Mal auf Öl stößt,

- (a) wenn man bereit ist, den Versuch beliebig oft zu wiederholen,
- (b) wenn man zu höchstens 5 Versuchen bereit ist?

Aufgabe 47*: (Erwartungswerte, wiederholte Bernoulli-Experimente. 10 + 10 Punkte)

- (a) Ein Bernoulli-Experiment wird solange wiederholt, bis zum ersten Mal Erfolg eintritt. Wieviele Versuche wird man benötigen? (Also zum Beispiel: wann stellen sich beim Lotto zum ersten Mal sechs Richtige ein?) Beachte auch Aufgabe 46.
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit reichen maximal n Versuche zum Erfolg?

Aufgabe 48:** (Erwartungswerte, wiederholte Bernoulli-Experimente. 20 Punkte)

Dies ist eine Online-Aufgabe, die bis zum 6.6.07, 23⁵⁹ Uhr, abzuliefern ist.

Aus der folgenden Urne (die vom Aufgabenserver zufällig abgeändert wird) darf eine beliebige Anzahl von Kugeln ohne Zurücklegen gezogen werden. Am Ende erhält man das Produkt der gezogenen Werte in Euro. Wieviele Kugeln sollte man ziehen, um den erwarteten Gewinn zu maximieren?

