

Ü b u n g s b l a t t 11

Mit * und ** gekennzeichnete Aufgaben können zum Sammeln von Bonuspunkten verwendet werden. Lösungen von *-Aufgaben sind schriftlich abzugeben im Zettelkasten Nr. 5 auf dem D1 bis Mittwoch, 27.6.07, 11:00 Uhr. Lösungen von **-Aufgaben sind per Web-Formular unter <http://www.math.upb.de/~walter> (→ Lehre SS 07 → Übungen) abzuliefern bis spätestens Mittwoch, 27.6.07, 23⁵⁹ Uhr.

Aufgabe 59: (Spezielle Verteilungen: Poisson-Verteilung)

Rechne die Aussagen von Abschnitt 2.4.2 der Vorlesung nach: zeige, dass für eine Poisson-verteilte Variable X mit

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

gilt: $E(X) = \lambda$, $\text{Var}(X) = \lambda$, $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$.

Aufgabe 60*: (Spezielle Verteilungen: Poissonnäherung. 10 Punkte)

In einem aus vielen gleichen Bauteilen aufgebauten System stellt man fest, dass im Mittel 3 Elemente pro Arbeitszyklus ausfallen. Wieviele Ersatzteile sollte man zur Hand haben, um mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit das System für einen Arbeitszyklus in Betrieb halten zu können? (Das System ist nur betriebsfähig, wenn alle Bauteile funktionieren.)

Aufgabe 61:** (Szenen einer Ehe, Teil 2. Hypergeometrische-Verteilung. 20 Punkte)

Dies ist eine Online-Aufgabe, die bis zum 27.6.07, 23⁵⁹ Uhr, abzuliefern ist.

Meine Frau ist unternehmungslustig und geht regelmäßig an m Tagen der Woche allein aus. Im Zuge der Gleichberechtigung tue ich dies an n Tagen der Woche ebenfalls. Da unsere Aktivitäten unabhängig voneinander sind, ziehen wir manchmal an den selben Wochentagen, manchmal an unterschiedlichen Wochentagen jeder für sich los.

Wieviele Wochentage bleiben uns im Mittel für gemeinsame Aktivitäten? (Zahlenwerte für m und n werden vom Aufgabenserver zufällig gewählt.)

Anleitung: vergleiche mit Aufgabe 11 auf Blatt 2.

Aufgabe 62*: (Spezielle Verteilungen: Exponentialverteilung. 10 Punkte)

Die Lebensdauer einer Glühbirne sei exponentiell verteilt. Sie überlebe 100 Stunden mit Wahrscheinlichkeit 0.9.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie 200 Stunden überlebt?
- Wieviele Stunden überlebt sie mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit?

Aufgabe 63: (Spezielle Verteilungen: kontinuierliche Gleichverteilung)

Rechne die Aussagen von Abschnitt 2.4.6 der Vorlesung nach: zeige, dass für eine auf dem Intervall $[a, b]$ gleichverteilte kontinuierliche Variable X gilt:

$$E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad \text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}, \quad \sigma(X) = \frac{b-a}{\sqrt{12}}.$$

Aufgabe 64*: (Spezielle Verteilungen: diskrete Gleichverteilung. 20 Punkte)

Zeige für eine Variable X , die die ganzzahligen Werte $\{n, n+1, \dots, m\}$ mit der selben (kombinatorischen) Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{m-n+1}$ annimmt:

$$E(X) = \frac{n+m}{2}, \quad \text{Var}(X) = \frac{(m-n) \cdot (m-n+2)}{12}.$$

Hinweis: es gilt $\sum_{k=1}^p k = \frac{p \cdot (p+1)}{2}$, $\sum_{k=1}^p k^2 = \frac{p \cdot (p+1) \cdot (2 \cdot p+1)}{6}$. Es ergibt sich etwas Rechnerei, bei der MuPAD kräftesparend wirken kann.