Übungsblatt 1

Mit $*$ und $**$ gekennzeichnete Aufgaben können zum Sammeln von Bonuspunkten verwendet werden. Lösungen von $*$-Aufgaben sind schriftlich abzugeben zu Beginn der Übungen am Dienstag, den 17.4.07. Lösungen von $**$-Aufgaben sind per Web-Formular unter `http://www.math.upb.de/~walter` (⟶ Lehre SS 07 ⟶ Übungen) abzuliefern bis spätestens Dienstag, 17.4.07, $23^{\underline{59}}$ Uhr.

Aufgabe 1: (Kombinatorik)
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem fairen Würfel

a) eine gerade Zahl oder mindestens 5 Augen zu würfeln,

b) bei 5 Würfen 5 verschiedene Ergebnisse zu erhalten,

c) bei 3 Würfen nicht die Gesamtaugenzahl 16 zu haben,

d) bei 3 Würfen die Augenzahl 12 zu haben, wenn man beim 1-ten Wurf bereits eine 6 gewürfelt hat?

Aufgabe 2: (Kombinatorik)
Wieviele Ausgangssituationen gibt es beim Skat? Es sind 32=10+10+10+2 Karten auf die 3 Spieler und den Skat zu verteilen, hierbei sind die 3 Spieler zu unterscheiden.

Aufgabe 3*: (Kombinatorik, $10 + 10 + 10$ Punkte)
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Skat (10 Karten aus 32)

a) kein As, b) genau 2 Buben und genau 2 Asse, c) genau 3 Buben, aber kein As

zu bekommen?

Nun aus dem täglichen Leben an der Uni:

Aufgabe 4: (Kombinatorik)

a) Ein milder Dozent macht seine Noten, indem er 3 mal würfelt und die kleinste Augenzahl nimmt. Bestimme den wahrscheinlichen Notenspiegel der Klausur!

b) Ein anderer Dozent geht ähnlich vor, nimmt aber das Maximum der Augenzahlen. Welchen Notenspiegel ergibt dies?

Aufgabe 5*: (Kombinatorik, $10 + 10 + 20$ Punkte)
In einem Hörsaal gibt es n Lampen, die unabhängig voneinander ein- und ausgeschaltet werden können. Wieviele Beleuchtungsarten gibt es, wenn

a) keine Einschränkung besteht,

b) genau k Lampen brennen sollen,

c) mindestens 3 Lampen brennen sollen?

Aufgabe 6: (Kombinatorik)

a) Prof. A hält eine Vorlesung mit 70 Hörern. Er bietet Student B eine Wette darüber an, dass mindestens 2 seiner Hörer am gleichen Tag Geburtstag haben. Student B geht spontan auf diese Wette ein und findet anschließend sogar heraus, ob dies klug war. Prof. C, der eine Vorlesung mit 15 Hörern hält, hört von dieser Angelegenheit und beschließt, ähnlich didaktisch wertvoll vorzugehen. Er bietet seinen Studenten dieselbe Wette an. Was wird B seinen Kommilitonen raten?

b) Student D hört ebenfalls von dieser Angelegenheit. Als er am nächsten Tag in der Vorlesung mit 70 Hörern sitzt, bietet er seinem Nachbarn eine Wette darüber an, dass mindestens einer der Hörer am selben Tag Geburtstag hat wie der Vortragende. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird D den Übungsschein für die Vorlesung „Wahrscheinlichkeitstheorie“ erhalten?

zu a): Fakultäten großer Zahlen berechne man entweder symbolisch auf dem Rechner (z.B., mit MuPAD) oder näherungsweise mittels der Stirling-Formel: $n! \approx \sqrt{2\,\pi\,n}\,\left(\frac{n}{e}\right)^n$.

Aufgabe 7:** (Kombinatorik, 10 Punkte)
Dies ist eine Online-Aufgabe, die bis zum 17.4.07, 23^{59} Uhr, abzuliefern ist.

Sei n eine natürliche Zahl (die vom Aufgabenserver zufällig gewählt wird). Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von n Personen mindestens 2 Personen am selben Tag Geburtstag? (Ignoriere Geburtstage am 29. Februar.)
Anleitung: Löse Aufgabe 6.

Aufgabe 8: (Kombinatorik)
Auf wieviele verschiedene Arten können die Buchstaben in MISSISSIPPI angeordnet werden?

Aufgabe 9:** (Kombinatorik, 10 Punkte)
Dies ist eine Online-Aufgabe, die bis zum 17.4.07, 23^{59} Uhr, abzuliefern ist.

Gegeben seien natürliche Zahlen n_0, n_1, n_2, n_3 (die vom Aufgabenserver zufällig gewählt werden). Wieviele unterschiedliche $(n_0 + n_1 + n_2 + n_3)$-ziffrige ganze Zahlen lassen sich aus n_0 Kopien der Ziffer 0, n_1 Kopien der Ziffer 1, n_2 Kopien der Ziffer 2 und n_3 Kopien der Ziffer 3 bilden? (0 darf dabei natürlich nicht die erste Ziffer sein.)
Anleitung: Siehe auch Aufgabe 8.