W. Oevel

Mathematik II für Informatiker

Veranstaltungsnr: 172010

Skript zur Vorlesung, Universität Paderborn, Sommersemester 2005

Inhalt

1 Komplexe Zahlen **1**
- 1.1 Definitionen . . . 1
- 1.2 Polynomwurzeln, Fundamentalsatz der Algebra . . . 5
- 1.3 Diagonalisierung von Matrizen . . . 11

2 Folgen und Grenzwerte **15**
- 2.1 Definitionen, Beispiele, einige Sätze . . . 15
- 2.2 Weitere Konvergenzsätze . . . 26
  - 2.2.1 Das Supremumsaxiom für $\mathbb{R}$ . . . 26
  - 2.2.2 Konvergenz monotoner reeller Folgen . . . 29
  - 2.2.3 Cauchy–Folgen, Häufungspunkte von Mengen . . . 30
  - 2.2.4 Teilfolgen und Häufungspunkte von Folgen . . . 33
- 2.3 Unendliches, uneigentliche Konvergenz . . . 35
- 2.4 Wachstum von Folgen, Landau-Symbole . . . 35

3 Reihen **37**
- 3.1 Definitionen, Beispiele, Sätze . . . 37
- 3.2 Rechenregeln und das Cauchy-Produkt . . . 42
- 3.3 Spezielle Konvergenzkriterien . . . 44
- 3.4 Bedingte Konvergenz, Umordnungen . . . 49
- 3.5 Summation per Partialbruchzerlegung . . . 51

4 Funktionen und Stetigkeit **55**
- 4.1 Funktionen . . . 55
- 4.2 Stetigkeit . . . 56
- 4.3 Grenzwerte . . . 60
- 4.4 Der Zwischenwertsatz, das Min/Max-Prinzip . . . 63
- 4.5 Umkehrfunktionen . . . 65
- 4.6 Wachstum von Funktionen, Landau-Symbole . . . 68

5 Spezielle Funktionen **71**
5.1 Exponentialfunktion und Logarithmus 71
5.2 Die trigonometrischen Funktionen 74
5.3 Die komplexe Exponentialfunktion 79

6 Differentialrechnung **83**
6.1 Definitionen und Sätze 83
6.2 Der Mittelwertsatz 91
6.3 Taylor–Reihen 92
6.4 Monotonie, Extremwerte 99
6.5 Die de l'Hospitalsche Regel 102

7 Potenzreihen **105**
7.1 Der Konvergenzradius 106
7.2 Eigenschaften von Potenzreihen 108

8 Integration **113**
8.1 Stammfunktionen: das unbestimmte Integral 113
8.1.1 Definitionen, Grundintegrale 113
8.1.2 Partielle Integration 115
8.1.3 Substitution 117
8.1.4 Rationale Integranden: Partialbruchzerlegung 119
8.2 Das bestimmte Integral 122
8.3 Der Hauptsatz 125
8.4 Uneigentliche Integrale 128
8.5 Einige spezielle Anwendungen 130

Literatur

Die Vorlesung baut nicht streng auf irgendeinem Buch auf, sondern geht ihren eigenen Weg. Die angegebenen Referenzen dienen dazu, sich *unabhängig* vom Skript entsprechende Grundlagen anzueignen oder spezielle Inhalte zu vertiefen. Es handelt sich um eine recht willkürliche Auswahl: Neben den angegebenen Büchern gibt es sicherlich jede Menge weiterer Literatur, die den behandelten Stoff analog abdeckt.

[Pap] Lothar Papula: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Band 1 - 3 + Mathematische Formelsammlung. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 2001. (P41 TBG2788)

Recht elementar und mathematisch nicht sehr tief gehend; dafür leicht und angenehm zu lesen. Ist ein Standardbuch und großer Renner bei den Ingenieuren. Hier steht zwar „für Ingenieure und Naturwissenschaftler“ drauf, diese Reihe ist aber allgemein für eine anwendungsorientierte Kundschaft sehr geeignet, die sich weniger für das Abstrakte in der Mathematik interessiert. Übungen und Anwendungsbeispiele sind allerdings speziell auf Ingenieure zugeschnitten.
Im Wesentlichen ist hier **Band 1** interessant: er umfaßt Folgen, Reihen, Stetigkeit, Differentialrechnung, spezielle Funktionen und Integration (der Stoff der Mathe II).
Band 2 umfaßt die Lineare Algebra (Stoff der Mathe I des letzten Semesters), komplexe Zahlen und viele weitere Dinge, die für diese Vorlesung aber nicht so interessant sind.
Band 3 umfaßt mehrdimensionale Differential- und Integralrechnung sowie Stochastik und ist für uns nicht so interessant.

[TI] S. Timman: Repetitorium der Analysis (Teil 1) Springe: Binomi-Verlag.

Eigentlich keine 'Repetitorium', sondern eine vollständige Einführung mit Definitionen etc. Recht elementar geschrieben, sehr übersichtlich. Gelungener Kompromiss zwischen mathematischem Tiefgang und guter Lesbarkeit auf für Nicht-Mathematiker. Grundlagen, Folgen und Reihen, Stetigkeit, Differential-

und Integralrechnung (der Stoff der Mathe II). Zahlreiche Übungsaufgaben mit Musterlösungen.

[KS] K.-H. Kiyek und F. Schwarz: Mathematik für Informatiker 1 + 2. Stuttgart: Teubner 1996 + 1994. (P41 TBM1740)

Deutlicher formaler, abstrakter und anspruchsvoller als z.B. [Pap].
Band 1 umfaßt Folgen, Reihen, Stetigkeit, Differential- und Integralrechnung (der Stoff der Mathe II). **Band 2** ist für uns nicht so relevant.

[BK] G. Baron und P. Kirschenhofer: Einführung in die Mathematik für Informatiker 1 - 3. Wien: Springer 1990. (P41 TBM1732)

Liegt vom Anspruch und Abstraktionsgrad zwischen [Pap] und [KS]. **Band 2** umfaßt Folgen, Reihen, Stetigkeit, Differential- und Integralrechnung (der Stoff der Mathe II). **Band 1** umfaßt Grundlagen, komplexe Zahlen, Lineare Algebra, Polynome. **Band 3** ist für uns nicht so relevant.

[For] O. Forster: Analysis 1 - 3. Vieweg. 2001. (P41 TIA 2647)

Abstrakt und anspruchsvoller. Recht kompakt. Standardwerk für Mathematikstudenten. **Band 1** umfaßt Folgen, Reihen, Stetigkeit, Differential- und Integralrechnung einer Veränderlichen (der Stoff der Mathe II). Die **Bände 2** und **3** umfassen die mehrdimensionale Analysis und sind für uns nicht so relevant.

[Bla] C. Blatter: Analysis 1 + 2. Berlin: Springer 1991. (P41 THX1325)

Abstrakt und anspruchsvoller. Recht kompakt. **Band 1** umfaßt Folgen, Reihen, Stetigkeit, Differential- und Integralrechnung (der Stoff der Mathe II). **Band 2** ist für uns nicht so relevant.

Bei starken Defiziten in der Schulmathematik schaue man z.B. in:

[Sch] Jochen Schwarze: Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler. Band 1: Grundlagen. Herne: Verlag deutsche Wirtschafts-Briefe GmbH 1996.

Extrem elementar. Nur zum Aufarbeiten fehlender Grundlagen aus der Schule, falls es daran hapert.