

W. Oevel

Numerik I

Inhalt

1	Kurzer Ausblick	1
2	Fehleranalyse	5
2.1	Gleitpunktdarstellung	5
2.2	Arithmetik	10
2.3	Fehlerfortpflanzung	11
2.3.1	Fehlerfortpflanzung in der Grundarithmetik	12
2.3.2	Differentielle Fehleranalyse	14
3	Nichtlineare Gleichungen (skalar)	21
3.1	Der Banachsche Fixpunktsatz	21
3.2	Superlineare Konvergenz	27
3.3	Das Newton-Verfahren	29
3.4	Ein Newton-Verfahren für entartete Nullstellen	33
3.5	Höhere Verfahren	35
3.6	Bisektion (Intervallhalbierung)	36
3.7	Das Sekantenverfahren	36
3.8	Mehrfache Nullstellen	39
3.9	Nullstellen von Polynomen	40
3.9.1	Das Horner-Schema	40
3.9.2	Nullstellenabschätzung	42
3.9.3	Das Newton-Verfahren für Polynome	44
4	Lineare Gleichungssysteme	49
4.1	Vorbemerkungen	49
4.2	Blockzerlegungen	50
4.3	Strassens schnelle Matrixmultiplikation	50
4.4	Dreieckssysteme	51
4.5	Der Gauß-Algorithmus	53
4.6	LR -Faktorisierung	55
4.7	Bandmatrizen	61
4.8	Pivotierung	63

4.9	Cholesky-Faktorisierung	66
4.10	Invertierung von Matrizen	70
4.11	QR -Faktorisierung	70
4.12	Normen und Fehlerkontrolle	80
4.13	Nachiteration	87
4.14	Iterative Verfahren	90
5	Nichtlineare Gleichungssysteme	97
6	Eigenwertprobleme	103
6.1	Allgemeine Abschätzungen	104
6.2	Die von-Mises-Iteration	109
6.3	Die Wielandt-Rayleigh-Iteration	112
6.4	Weitere Verfahren	117
6.4.1	Das Jacobi-Verfahren für symmetrische Matrizen	117
6.4.2	Das QR -Verfahren	118
7	Interpolation	119
7.1	Polynominterpolation	119
7.1.1	Entwicklung nach Monomen	120
7.1.2	Lagrange-Darstellung	120
7.1.3	Newton-Darstellung	121
7.1.4	Praktische Durchführung der Interpolation	127
8	Splines	133
8.1	Spline-Räume	133
8.2	B-Splines	135
8.3	Interpolation mit Splines	143
8.3.1	Kubische Splines	144
8.3.2	Die Minimaleigenschaft kubischer Splines	147
8.3.3	Fehlerabschätzungen	150
9	Quadratur (Integration)	153
9.1	Newton-Cotes-Formeln	154
9.2	Gauß-Quadratur	162
9.3	Adaptive Quadratur	167

Literatur

[Scw93] H.R. SCHWARZ: Numerische Mathematik. Stuttgart: Teubner 1993.
(hervorragende, leicht lesbare Einführung, sehr empfehlenswert)

[Sto93] J. STOER: Numerische Mathematik 1. Berlin: Springer 1993.
[StB90] J. STOER UND R. BULIRSCH: Numerische Mathematik 2. Berlin: Springer 1990.
(Klassiker, sehr umfangreich und vollständig, als erste Einführung weniger leicht lesbar als [Scw93], da sehr detailliert)

[ScW92] R. SCHABACK UND H. WERNER: Numerische Mathematik. Berlin: Springer 1992.
(gut lesbar, kompakter als [Scw93],[Sto93],[StB90])

[Oev96] W. OEVEL: Einführung in die Numerische Mathematik. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag 1996.
(leicht lesbare Einführung, sehr breit geschrieben, reduzierte Themenauswahl im Vergleich zu [Scw93],[Sto93],[StB90],[ScW93]. Ist eine sehr detaillierte Ausarbeitung der in dieser Vorlesung behandelten Themen.)

Sammlung weiterer Literatur:

1. Numerische Mathematik

Abramowitz, M.; Stegun, I. A. (Eds.): Handbook of Mathematical Functions. Washington: National Bureau of Standards 1965; New York: Dover 1982.

Atkinson, K. E.: Introduction to Numerical Analysis. New York: Wiley 1989.

Bunse, W.; Bunse-Gerstner, A.: Numerische lineare Algebra. Stuttgart: Teubner 1985.

Conte, S. D.; de Boor, C.: Elementary Numerical Analysis. An Algorithmic Approach. Singapore: McGraw-Hill 1986.

- Deuflhard, P.; Hohmann, A.:** Numerische Mathematik I. Eine algorithmisch orientierte Einführung. Berlin: de Gruyter 1993.
- Deuflhard, P.; Bornemann, F.:** Numerische Mathematik II. Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen. Berlin: de Gruyter 1994.
- Engeln–Müllges, G.; Reutter, F.:** Numerische Mathematik für Ingenieure. Mannheim: Bibliographisches Institut 1994.
- Golub, G. H.; Van Loan, C. F.:** Matrix Computations. Baltimore: Johns Hopkins University Press 1989.
- Golub, G. H.; Ortega, J. M.:** Wissenschaftliches Rechnen und Differentialgleichungen. Eine Einführung in die Numerische Mathematik. Lemgo: Heldermann 1995.
- Golub, G. H.; Ortega, J. M.:** Scientific Computing. Eine Einführung in das wissenschaftliche Rechnen und Parallele Numerik. Stuttgart: Teubner 1996.
- Hämmerlin, G.; Hoffmann, K.-H.:** Numerische Mathematik. Berlin: Springer 1994.
- Hager, W. W.:** Applied Numerical Linear Algebra. Englewood Cliffs. Prentice Hall 1988.
- Hart, J. F.; et al.:** Computer Approximations. New York: Wiley 1978.
- Isaacson, E.; Keller, H. B.:** Analyse numerischer Verfahren. Frankfurt: Deutsch 1973.
– Nachdruck der amerikanischen Originalausgabe: Analysis of Numerical Methods.
New York: Dover 1994.
- Kielbasiński, A.; Schwetlick, H.:** Numerische lineare Algebra. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1988.
- Köckler, N.:** Numerische Algorithmen in Softwaresystemen – unter besonderer Berücksichtigung der NAG-Bibliothek. Stuttgart: Teubner 1990.
- Locher, F.:** Numerische Mathematik für Informatiker. Berlin: Springer 1993.
- Maess, G.:** Vorlesungen über Numerische Mathematik. Band I: Lineare Algebra. Band II: Analysis. Basel: Birkhäuser 1985, 1987.
- Maron, M. J.:** Numerical Analysis: A Practical Approach. New York: Macmillan 1991.

- Oevel, W.:** Einführung in die Numerische Mathematik. Heidelberg: Spektrum 1996.
- Opfer, G.:** Numerische Mathematik für Anfänger. Braunschweig: Vieweg 1994.
- Schaback, R.; Werner, H.:** Numerische Mathematik. Berlin: Springer 1993.
- Schwarz, H. R.:** Numerische Mathematik. Stuttgart: Teubner 1993.
- Späth, H.:** Numerik. Eine Einführung für Mathematiker und Informatiker. Braunschweig: Vieweg 1994.
- Stoer, J.:** Numerische Mathematik 1, 2 (Band 2 gemeinsam mit R. Bulirsch). Berlin: Springer 1994, 1991 .
- Stummel, F.; Hainer, K.:** Praktische Mathematik. Stuttgart: Teubner 1982.
- Törnig, W.; Spellucci, P.:** Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Band 1: Numerische Methoden der Algebra. Band 2: Eigenwertprobleme und numerische Methoden der Analysis. Berlin: Springer 1988, 1990.
- Überhuber, C.:** Computer–Numerik 1, 2. Berlin: Springer 1995.
- Werner, J.:** Numerische Mathematik. Band 1: Lineare und nichtlineare Gleichungssysteme, Interpolation, numerische Integration. Band 2: Eigenwertaufgaben, lineare Optimierungsaufgaben, unrestringierte Optimierungsaufgaben. Braunschweig: Vieweg 1992.

2. Programmsammlungen

- Anderson, E.; Bai, Z.; Bischof, C.; et al.:** LAPACK Users' Guide. Philadelphia: SIAM 1995.
- Dongarra, J. J.; Bunch, J. R.; Moler, C. B.; Stewart, G. W.:** LINPACK Users' Guide. Philadelphia: SIAM 1979.
- Engeln–Müllges, G.; Uhlig, G.:** Numerical Algorithms with Fortran. Berlin: Springer 1996.
- Garbow, B. S.; Boyle, J. M.; Dongarra, J. J.; Moler, C. B.:** Matrix Eigensystem Routines – EISPACK Guide Extension. Berlin: Springer 1990.

NAG Fortran Library. Oxford: Numerical Algorithms Group.

– Introductory Guide, Mark 16. 1993.

– Manual, Mark 16, Vols. 1–12. 1993.

– Mark 16, Contents Summary. 1993.

Piessens, R.; de Doncker–Kapenga, E.; Überhuber, C.W.; Kahaner, D. K.: QUADPACK, A Subroutine Package for Automatic Integration. Berlin: Springer 1983.

Press, W. H.; Flannery, B. P.; Teukolsky, S. A.: Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press 1993.

Rice, J.; Boisvert, R. F.: Solving Elliptic Problems Using ELLPACK. Berlin: Springer 1985.

Schwarz, H. R.: FORTRAN–Programme zur Methode der finiten Elemente. Stuttgart: Teubner 1991.

Smith, B.T.; Boyle, J.M.; Dongarra, J.J.; Garbow, B.S.; Ikebe, Y.; Klema, V. C.; Moler, C. B.: Matrix Eigensystem Routines – EISPACK Guide. Berlin: Springer 1990.

Abkürzung SIAM : Society for Industrial and Applied Mathematics

