

Ü b u n g s b l a t t 14

Mit * gekennzeichnete Aufgaben können zum Sammeln von Bonuspunkten verwendet werden. Lösungen sind per Web-Formular unter <http://math-www.upb.de/~walter> (→ Lehre SS 02 → Übungen) bis spätestens Do, 25.7.02, abzuliefern.

Aufgabe 94: (Stammfunktionen. Rationale Integranden)

Bestimme folgende Stammfunktionen:

$$a) \int \frac{2 \cdot x}{(x+1) \cdot (x-2)} dx, \quad b) \int \frac{x^2 + 2}{(x-1) \cdot (x-2)} dx.$$

Aufgabe 95: (Bestimmte Integrale)

Berechne

$$a) \int_0^{10} \sin(\pi \cdot t) dt, \quad b) \int_0^2 t \cdot e^{-t} dt, \quad c) \int_0^\pi \cos(t) \cdot e^{\sin^2(t)} dt.$$

Aufgabe 96: (Bestimmte Integrale, gerade und ungerade Funktionen)

Eine Funktion mit der Eigenschaft $f(-t) = -f(t)$ heißt „**ungerade**“. Beispiele: $f(t) = t + t^3$, $f(t) = \sin(t)$. Zeige, daß für jede ungerade Funktion f und für jedes $a \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\int_{-a}^a f(t) dt = 0.$$

Eine Funktion mit der Eigenschaft $f(-t) = f(t)$ heißt „**gerade**“. Beispiele: $f(t) = 1 + t^2$, $f(t) = \cos(t)$. Zeige, daß für jede gerade Funktion f und für jedes $a \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\int_{-a}^a f(t) dt = 2 \cdot \int_0^a f(t) dt.$$

Anleitung: $\int_{-a}^a f(t) dt = \int_{-a}^0 f(t) dt + \int_0^a f(t) dt$. Substituiere $y = -t$ im ersten Integral.

Aufgabe 97*: (Bestimmte Integrale. 1 Bonuspunkt)

Seien M_1, \dots, M_7 die üblichen Ziffern der Matrikelnummer. Berechne

$$\int_0^{M_3 \cdot 2 \cdot \pi} \sin((M_1 + M_4) \cdot t) \cdot e^{(M_1 + M_5) \cdot t} dt + \int_{-M_5}^{M_5} t^7 \cdot e^{-M_6 \cdot t^2} dt.$$

Anleitung: 2-fache partielle Integration beim ersten Integral. Zweites Integral: beachte die anderen Aufgaben auf diesem Blatt.

Aufgabe 98: (Uneigentliche Integrale)

Für welche Werte von n existieren die folgenden Integrale?

$$a) \int_1^{\infty} t^n dt, \quad b) \int_0^1 t^n dt.$$

Berechne

$$c) \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot e^{-t^2} dt.$$

Aufgabe 99: (Substitution und partielle Integration. Braucht etwas „Augenmaß“.)

Zeige

$$\int_0^{\infty} \sqrt{t} \cdot e^{-t} dt = \int_0^{\infty} e^{-y^2} dy.$$

(Anleitung: Substitution $y = \sqrt{t}$, dann geeignete partielle Integration). Welchen Wert liefert MuPAD für das Integral?

Aufgabe 100: (MuPAD und numerische Integration)

Studiere einige Beispiele der Hilfeseiten zu MuPAD's numerischen Integrierern `numeric::int` und `numeric::quadrature`. Berechne den Wert von $\int_0^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{\pi + \sqrt{t} + \sin(t)} dt$ auf 10 Dezimalstellen genau!