

## Übungen zur Vorlesung

**Lineare Algebra I**

WS 2003/2004

Blatt 5

**AUFGABE 1** (4 Punkte):

Wir betrachten die Vektoren  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Stellen Sie die

Vektoren  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  sowie  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  als Linearkombination von  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  und  $\mathbf{c}$  dar.

**AUFGABE 2** (4 Punkte):

Wir betrachten die Ebenen  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$ , welche durch die Gleichungen

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{a}_1 \rangle = -1, \langle \mathbf{x}, \mathbf{a}_2 \rangle = 4 \text{ und } \langle \mathbf{x}, \mathbf{a}_3 \rangle = 2$$

festgelegt sind. Hierbei haben die Stützvektoren die folgenden Darstellungen

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ und } \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie sämtliche, auf allen drei Ebenen liegenden Punkte.

**AUFGABE 3** (4 Punkte):

Wir betrachten zwei nicht parallele Geraden

$$G_1 : \mathbf{x}(s) = \mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 s \text{ und } G_2 : \mathbf{y}(t) = \mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2 t$$

mit reellen Zahlen  $r$  und  $s$ .

- Zeigen Sie, dass es zwei parallele Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  gibt, so dass  $E_1$  die Gerade  $G_1$  und  $E_2$  die Gerade  $G_2$  enthält.
- Bestimmen Sie den Abstand  $d$  dieser zwei Ebenen.
- Interpretieren Sie ihre Ergebnisse.

**AUFGABE 4** (4 Punkte):

Wir betrachten ein gleichseitiges Tetraeder mit den Eckpunkten  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$ ,  $\mathbf{a}_3$  und  $\mathbf{a}_4$  (siehe Abbildung 1).

- Was ergibt das Skalarprodukt  $\langle \mathbf{a}_4 - \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_2 \rangle$ ?

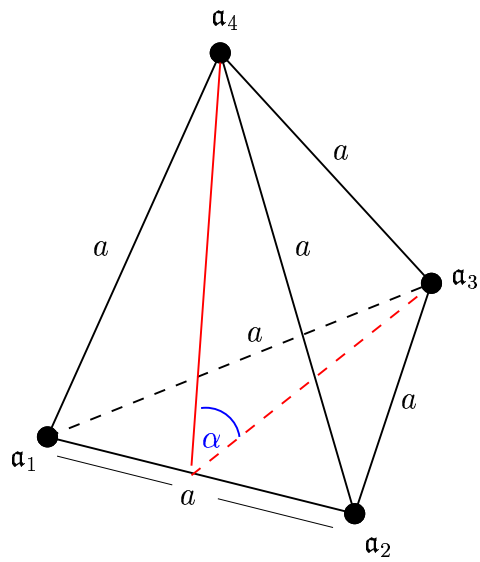


Abbildung 1: Das zu betrachtene Tetraeder

- b) Wie groß ist der Winkel  $\alpha$ , der durch die Dreiecksflächen  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_4$  und  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  bestimmt ist?

**Abgabeort:** In den orangen Kästen mit der Nummer 10 und 15 auf dem D1-Flur.