Prof. Dr. Helmut Lenzing
Markus Diekämper, Andrew Hubery, Marc Jesse

Paderborn, den 20. Oktober 2003
Abgabe bis 28. Oktober 2003, 11 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra I
WS 2003/2004
Blatt 2

AUFGABE 1 (4 Punkte)**:**
Gegeben sei ein Tetraeder, dessen Eckpunkte durch die Ortsvektoren $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$ und $\mathfrak{d}$ bestimmt sind.

a) Bestimmen Sie die Ortsvektoren $\mathfrak{s}_1, \ldots, \mathfrak{s}_4$ der Schwerpunkte der vier Dreiecksseiten.

b) Bestimmen Sie die Geraden, die jeweils durch einen Eckpunkt des Tetraedes und den gegenüberliegenden Schwerpunkt $\mathfrak{s}_i$ für $i = 1, \ldots, 4$ bestimmt werden. Geben Sie diese Geraden in der Punktrichtungsform an.

c) Finden Sie einen gemeinsamen Punkt der vier Geraden aus b).

d) In welchem Verhältnis teilt dieser Punkt jeweils die Strecke von einem Eckpunkt zu dem gegenüberliegenden Dreiecksschwerpunkt?

AUFGABE 2 (4 Punkte)**:**
Es seien zwei Geraden $G_1 = \{\mathfrak{x} | \mathfrak{x} = \mathfrak{a}_1 + r\mathfrak{b}_1 \text{ für } r \in \mathbb{R}\}$ und $G_2 = \{\mathfrak{x} | \mathfrak{x} = \mathfrak{a}_2 + s\mathfrak{b}_2 \text{ für } s \in \mathbb{R}\}$ durch ihre Punktrichtungsform gegeben. Zeigen Sie folgende Sachverhalte:

a) Die zwei Geraden G_1 und G_2 stimmen genau dann überein, wenn sie parallel sind und einen gemeinsamen Punkt haben.

b) Sind G_1 und G_2 zwei parallele Geraden, so folgt, dass sie entweder übereinstimmen oder keinen gemeinsamen Punkt besitzen.

c) Wenn die Geraden G_1 und G_2 zwei gemeinsame Punkte besitzen, so stimmen sie überein.

AUFGABE 3 (4 Punkte)**:**
Gegeben seien vier Punkte durch ihre Ortsvektoren $\mathfrak{a}_0, \mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2$ und $\mathfrak{a}_3$. Zeigen Sie, dass aus der linearen Abhängigkeit der Vektoren $\mathfrak{a}_1 - \mathfrak{a}_0$, $\mathfrak{a}_2 - \mathfrak{a}_0$ und $\mathfrak{a}_3 - \mathfrak{a}_0$ folgt, dass diese drei Vektoren in einer Ebene liegen. Gilt auch die Umkehrung?

AUFGABE 4 (4 Punkte)**:**
Seien $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{a}_2$ linear unabhängige Vektoren und seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Vektoren $\mathfrak{b}_1 = a\mathfrak{a}_1 + b\mathfrak{a}_2$ und $\mathfrak{b}_2 = c\mathfrak{a}_1 + d\mathfrak{a}_2$ genau dann linear unabhängig sind, wenn $ad - bc \neq 0$ ist.

Abgabeort: In den orangen Kästen mit der Nummer 10 und 15 auf dem D1-Flur.