

## Zahlenkenntnisse von Kindern bei Schulantritt (2)

Von Hartmut Spiegel in Worms

1. Einleitung
2. Die Aufgabensammlung
  - 2.1 Grenzen und Ziele
  - 2.2 Beschreibung der Aufgaben
  - 2.3 Zur Auswahl der Aufgaben
    - 2.3.1 Die Aufgaben 1—6
    - 2.3.2 Die Aufgaben 7—12 und im Anhang die Aufgabenblätter

Teil 1 enthielt:

Bei der Erprobung der Aufgabenblattsammlung ging es hauptsächlich darum, festzustellen, inwiefern sie von Lehrern als *praktikabel* und *nützlich* für den eingangs (vgl. Teil 1) erwähnten Zweck empfunden wird. Die unterschiedlichen Durchführungsbedingungen, z. B.

- unterschiedliche Zeit seit Schuleintritt
  - unterschiedliche Gestaltung des Testablaufes: z. B. Gesamtdauer zwischen 60 und 120 Minuten
  - Individuell verschiedene Ansagetexte
- haben zur Folge, daß die gewonnenen Daten *nicht als Grundlage statistischer Verarbeitung*

dienen können, die allgemeine Aussagen ermöglicht. Bedingungen, die eine statistische Verarbeitung der Daten erlauben, wurden auch deshalb nicht angestrebt, weil dadurch die Ergebnisse hinsichtlich ihres Informationswertes über das einzelne Kind nachteilig beeinflusst werden können. Insofern haben die in den untenstehenden Tabellen aufgeführten Klassendurchschnitte nur beschränkte Aussagekraft. Sie lassen aber gewisse Trends erkennen, die sich sicherlich mit statistischen Methoden exakt nachweisen ließen.

### 3. Die Ergebnisse der Erhebung in 8 Klassen

#### 3.1. Vorbemerkung

Die Ergebnisse, die zu Beginn des Schuljahres 77/78 in acht Klassen (bzw. Gruppen) mit insgesamt 211 Kindern erhoben wurden, sind nachstehend in zwei Tabellen zusammenfassend abgedruckt. Zu jeder Klasse gehört eine Spalte in der Tabelle. Die Zahl 80 in der linken oberen Ecke in *Tabelle 1* bedeutet z. B., daß 80 % der Kinder dieser Klasse die Aufgabe 1 mit allen drei Teilaufgaben vollständig richtig gelöst ha-

ben. Die anderen Zahlen dieser Tabelle sind analog zu interpretieren. *Tabelle 2* enthält die Auswertung bezogen auf die Teilaufgaben. Die Zahl 91 in der linken oberen Ecke dieser Tabelle wurde wie folgt ermittelt: Da in Klasse 1 dreißig Schüler waren, waren von allen Kindern der Klasse zusammen  $3 \cdot 30 = 90$  Teilaufgaben zu Aufgabe 1 zu bearbeiten. Davon waren 82, also 91 % richtig gelöst.

#### 3.2. Übersicht über die Ergebnisse

Die Übersicht zeigt, daß jede der durch die Aufgaben 7—12 operationalisierten *Fähigkeiten* *dem größten Teil aller Kinder vorhanden* ist (39 % aller Kinder haben 0 Fehler bei allen sechs Aufgaben; diese Angabe ist nicht aus

den Tabellen zu entnehmen). Auch erfahrene Lehrer, die ich befragte, hatten nicht mit solchen Ergebnissen gerechnet.

#### 3.3. Kommentar zu den Ergebnissen für die Aufgaben 7—12

Vom kognitiven Anspruch her ist natürlich nicht viel verlangt: Das Kind, das zählen kann — und dies können in der Regel alle Kinder bei Schuleintritt mehr oder weniger weit — und die Zu-

Tabelle 1: Prozentsätze der richtig gelösten Aufgaben

	1	2	3	4	5	6	7	8
1. Male genausoviel Striche. (6, 5, 7)	80	82	95	78	81	40	76	94
2. Welche Kette hat genausoviel Perlen? (5, 7, 6)	47	71	84	59	73	54	72	52
3. Welcher Würfel hat genausoviel Punkte? (4, 6, 5)	53	82	95	70	88	86	72	61
4. Welche Menge hat mehr Elemente? (6/7; 6/5; 8/7)	50	76	100	62	92	91	66	65
5. Welcher Knopf hat ein Loch mehr? (3/4; 5/6; 1/2)	73	71	79	40	73	32	48	22
6. Welche Kette hat weniger Perlen? (5/4; 7/6; 6/5)	33	29	84	40	73	55	69	65
7. Male 6, 5, 7, 8, 9 Striche. (gesprochen)	67	76	89	86	77	50	72	65
8. Suche den Kasten mit 6, 7, 9, 8 Kugeln. (gesprochen)	57	53	74	—	77	59	86	68
9. Welche Zahl paßt zum Kasten? (2, 5, 4)	87	94	100	78	92	86	93	77
10. Welcher Kasten paßt zur Zahl? (3, 5, 2, 4)	63	100	95	78	85	77	79	61
11. Male 4, 2, 6, 5, 7 Striche. (geschrieben)	77	71	89	89	69	73	72	74
12. Mache einen Kreis um die Zahl, die ich dir sage. (3, 4, 6, 1, 5, 2)	77	82	100	89	96	82	83	90

	1	2	3	4	5	6	7	8
1. Male genausoviel Striche. (6, 5, 7)	91	94	95	86	92	71	84	98
2. Welche Kette hat genausoviel Perlen? (5, 7, 6)	62	82	91	68	83	68	83	60
3. Welcher Würfel hat genausoviel Punkte? (4, 6, 5)	69	90	91	77	96	94	82	75
4. Welche Menge hat mehr Elemente? (6/7; 6/5; 8/7)	64	82	100	68	97	94	78	81
5. Welcher Knopf hat ein Loch mehr? (3/4; 5/6; 1/2)	53	84	89	49	82	50	61	35
6. Welche Kette hat weniger Perlen? (5/4; 7/6; 6/5)	66	59	89	59	86	74	79	77
7. Male 6, 5, 7, 8, 9 Striche. (gesprochen)	86	95	98	97	95	75	91	84
8. Suche den Kasten mit 6, 7, 9, 8 Kugeln. (gesprochen)	76	87	92	—	91	85	94	87
9. Welche Zahl paßt zum Kasten? (2, 5, 4)	90	94	100	83	95	92	95	85
10. Welcher Kasten paßt zur Zahl? (3, 5, 2, 4)	78	100	99	85	93	84	84	72
11. Male 4, 2, 6, 5, 7 Striche. (geschrieben)	89	95	98	96	92	87	85	90
12. Mache einen Kreis um die Zahl, die ich dir sage. (3, 4, 6, 1, 5, 2)	88	90	100	95	99	90	91	94

ordnung gesprochenes Wort / geschriebene Ziffer beherrscht, kann alle Aufgaben dieser Gruppe lösen. Insofern braucht überhaupt kein tiefes Zahlverständnis vorhanden zu sein, wohl aber die Kenntnis der Symbole — und daß die so verbreitet ist, erstaunt zunächst doch (aber: man denke an Uhr, Geld, Autonummern, Sesamstraße, Kindergarten usw.).

Ordnet man diese Aufgaben nach Schwierigkeitsgrad (eingeschätzt mit Hilfe der Durchschnitts der Lösungsprozentsätze für ganze

Tabelle 2:  
Prozentsätze der richtig gelösten Teilaufgaben

Aufgaben), so erhält man — beginnend mit den leichtesten — folgende Reihenfolge: 12, 9, 10, 11, 7, 8.

Daß hierbei 7/8 als schwerer erscheint als 10/11 könnte an den höheren Zahlen liegen. Bei Aufgabe 8 ist außerdem eine höhere Gedächtnisleistung zur Lösung notwendig.

3.4. Kommentar zu den Ergebnissen für die Aufgaben 1—6

Wenn auch der Prozentsatz der richtigen Ergebnisse im Schnitt niedriger liegt als bei der zweiten Aufgabengruppe, so ist das Ergebnis doch beachtlich. In 39 von 48 Fällen haben mehr als die Hälfte der Kinder die Aufgaben richtig, in 29 sogar mehr als 2/3. Zählt man die Teilaufgaben einzeln, sieht es noch besser aus (insbesondere, wenn man berücksichtigt, daß ein großer Teil aller Fehler von einem kleinen Teil der Klasse gemacht wird). Da nach meinen Beobachtungen die Kinder als Lösungsmethode das Zählen gewählt haben, bedeutet das, daß sie eben nicht nur — wie oft behauptet wird — die Zahlenwortreihe ohne Sinn und Verstand mechanisch herbeten können, sondern sehr wohl in der Lage sind, die Menge der ihnen zur Verfügung stehenden Zahlwörter als „Standardmenge“ für indirekte Mächtigkeitsvergleiche zu benutzen. Dieses Vorwissen sollte man anerkennen und im Unterricht berücksichtigen.

Daß die Fehlerzahl bei dieser Aufgabengruppe wesentlich höher ist (ca. 2—3 mal) als bei der anderen, liegt daran, daß diese Aufgaben höhere Ansprüche an die Schüler stellen. Theoretisch können sie zwar alle, ohne zu zählen, gelöst werden, aber angesichts der Tatsache, daß sie in ikonischer Repräsentation gestellt sind und die Kinder die entsprechenden Vergleichstechnik für diese Repräsentationsebene noch nicht gelernt haben, bleibt ihnen nur das Zählen als Vergleichstechnik übrig, was sie auch fleißig getan haben und was im Übrigen ja auch sinnvoll ist.

Eine richtige Antwort zur Aufgabe 2 verlangt also folgendes:

- Wissen, daß eine Kette genausoviele Perlen hat wie die Musterkette, wenn der Zählvorgang beim gleichen Zahlwort endet,
- die Perlen der Musterkette zählen und das Zahlwort im Gedächtnis behalten,
- die Perlen der Vergleichsketten zählen und die richtige ankreuzen.

(Eine leichtere Alternative zu Aufgabe 2 wäre: zu je zwei Ketten angeben, ob sie gleichviel oder nicht gleichviel Perlen haben.)

Für die anderen Aufgaben dieser Aufgabengruppen gilt entsprechendes und von daher ist klar, daß bei dieser Aufgabengruppe eine höhere Fehlerzahl zu erwarten ist. Einige Kinder hatten Fehlerzahlen, die diesem allgemeinen Trend zuwiderliefen: keine oder wenige Fehler bei 1—6, mehr Fehler bei den Aufgaben 7—12. Da aber die zu 1—6 gehörenden Fähigkeiten die mathematisch bedeutsameren sind, braucht sich der Lehrer wegen dieser Kinder keine großen Sorgen zu machen.

Als Reihenfolge im Schwierigkeitsgrad ergibt sich folgendes: 1, 3, 4, 2, 6, 5.

Das dürfte auch den Erwartungen entsprechen. Insbesondere ist verständlich, warum Aufgabe 3 besser abschneidet als Aufgabe 2 und Aufgabe 5 am schlechtesten abschneidet. Diese Relation ist den Kindern „auf der Mengenebene“ offensichtlich noch nicht so geläufig. Die Kinder, die Aufgabe 5 richtig gelöst haben, haben zu meist auch bei allen anderen Aufgaben kaum Fehler.

— Die durch die Aufgaben abgefragten Fähigkeiten der Kinder sind im allgemeinen *höher als viele Lehrer sie erwarten* und als in den Schulbüchern vorausgesetzt wird. Dies soll noch einmal illustriert werden durch eine Übersicht über die Ergebnisse einer Klasse bei der Erprobung der ersten (nur geringfügig verschiedenen) Fas-

sung dieser Aufgaben zum Schuljahresbeginn 76/77:

Klasse A (27 Kinder)

a) 11 Kinder 0 Fehler  
2 Kinder 1 Fehler

4. Bewertung/  
Konsequenzen

4.1. Die Fähigkeiten  
der Kinder

### Arbeitsblatt



- 3 Kinder 2 Fehler
- 2 Kinder 3 Fehler
- 3 Kinder 4 Fehler

21 Kinder 0—4 Fehler bei 42 Antworten (Teilaufgaben)

b) 92,9 % aller Antworten richtig

c) 70 % der Fehler kommen von 5 Kindern. Bei den übrigen 22 Kindern sind 97,4 % der Antworten richtig.

Angeichts dieses Sachverhalts hätte der Lehrer, der das in der Abbildung abgebildete Arbeitsblatt (die Kinder sollten die entsprechenden Zahlen neben die Mengenbilder schreiben) hergestellt hat, seine Arbeitszeit sinnvoller für andere Tätigkeiten nutzen sollen: Die Aufgabenstellung ignoriert die Lernvoraussetzungen der meisten Kinder. Außer Zahlenschreiben wird nichts geübt und dazu ist fraglich, ob hierfür (für Zahlenschreibenübungen) dieser Kontext geeignet ist.

— Aus den unterschiedlichen Ergebnissen für die beiden Aufgabengruppen folgt, bezogen auf Unterricht und Schulbücher, daß die zu Aufgabengruppen 1—6 gehörenden Fähigkeiten be-

vorzugt gefördert werden müssen, während in der Praxis vermutlich Aufgaben der anderen Aufgabengruppe dominieren.

— Es gibt (und das ist natürlich nicht neu) große Unterschiede zwischen den Klassen bzw. den einzelnen Kindern.

*Konsequenz* aus den o. a. Feststellungen für den Unterricht muß ein Lernangebot sein, daß möglichst flexibel gegenüber den Lernvoraussetzungen der Kinder ist. Nach Auffassung des Autors eignen sich hierfür insbesondere Spiele, bei denen Kinder — die noch nicht darüber verfügen — Fähigkeiten bezüglich der Zuordnung Zahl / Menge bzw. des Mächtigkeitsvergleichs erwerben und üben können, Spiele aber, die auch für Kinder interessant sind, die über diese Voraussetzung schon verfügen.

Ordnungsmemory mit Mengenkarten (vgl. [3] S. 422) ist z. B. ein solches Spiel. Weitere Anregungen findet man in [1], [2]. Auch die von Winter vorgeschlagenen Aufgabenstellungen zu Pfeildiagrammen (vgl. [3] S. 421) sind Musterbeispiele für Aufgaben, die den oben genannten Kriterien genügen.

#### 4.2. Der Stellenwert des Erhebungsverfahrens

Auch wenn der Lehrer den Kindern ein im Hinblick auf ihre Lernvoraussetzungen flexibles Lernangebot machen kann, sollte er wissen, welche Vorkenntnisse die vor ihm sitzenden Kinder mitbringen. So nützlich für ihn entwicklungspsychologische Befunde sowie die noch ausstehende systematische Untersuchung der Vorerfahrungen von Schulanfängern über Zahlen sein mögen — er weiß dann, womit er ggfs. rechnen bzw. worüber er sich bei seinen Kindern informieren muß — entscheidend für seinen Unterricht wird immer sein müssen, welche Vorkenntnisse die von ihm unterrichteten Kinder besitzen und *nicht*, welche Vorkenntnisse irgendeine repräsentative Stichprobe hatte.

Die oben beschriebene Erhebung mit den 12 Aufgabenblättern ist *eine* — aber keinesfalls eine besonders gute — Möglichkeit, individuelle Vorkenntnisse zu ermitteln. Einige der mit einer solchen Erhebung verbundenen *Probleme* sind z. B. der nicht unbeträchtliche Zeit- und Materialaufwand, die negativen Begleiterscheinungen, die mit einer solchen Testsituation für die Kinder verbunden sind, und die Gefahr, daß die Kinder schon frühzeitig „abgestempelt“ werden.

Dementsprechend fielen die *Antworten der an der Erhebung beteiligten Lehrkräfte* auf die folgenden Fragen sehr unterschiedlich aus:

— Würden Sie eine solche Erhebung wieder durchführen?

— Sind die Informationen, die Sie durch die Erhebung gewonnen haben, nützlich für Sie? Wie werden bzw. können sie sich auf den Unterricht auswirken?

Es kamen sowohl uneingeschränktes „Ja“ mit dem Zusatz, durch die Erhebung wäre sehr viel Zeit eingespart worden, als auch entschiedenes „Nein“ unter Hinweis auf die mit der Durchführung verbundenen Schwierigkeiten sowie mit der Bemerkung: „Aus dem Umgang mit den Schülern und ihrem Arbeitsverhalten kann der Lehrer auch ohne den Test feststellen, wo Mängel zu beheben sind und daraufhin differenzierende Maßnahmen einleiten.“

Dieser Bemerkung stimmt der Autor bezüglich ihrer Tendenz zu, wobei festgehalten werden muß, daß es nicht darum gehen konnte, „Mängel“ festzustellen: Schließlich betreffen alle Aufgaben *Ziele* des Unterrichts im 1. Schuljahr. Wünschenswert wäre also, wenn jeder Lehrer sich ohne einen solchen „Test“ im Zuge sinnvoller Aktivitäten im Mathematikunterricht zu Beginn des 1. Schuljahres ein möglichst detailliertes Bild über die Vorkenntnisse der Kinder machen könnte, um seinen Unterricht darauf abzustimmen. Aufgabenblätter, wie die hier vorgestellten, können hierbei auch Verwendung finden.

#### 5. Schlußfolgerung

Diese Arbeit gibt mehr Fragen auf als sie beantwortet. Es wäre aber schon viel erreicht, wenn es gelungen wäre, einige lesende Lehrer sensibel zu machen hinsichtlich der Notwendigkeit, auch im Anfangsunterricht in Arithmetik auf die

Vorkenntnisse der Kinder zu achten und sie beim Unterricht zu berücksichtigen. Ein Kind kann die Schule nur ernst nehmen, wenn die Schule das Kind — und das heißt auch: sein Vorkenntnisse — ernst nimmt.

#### Literatur

[1] Beha, K. / Freund, H. / Mitrowann, U.: Rechenspiele für das erste und zweite Schuljahr. Freiburg o. J. (Herder).  
 [2] Floer, J. / Schipper, W.: Kann man spielend lernen? Eine Untersuchung mit Vor- und Grundschulkindern zur Entwicklung des Zahlenverständnisses in: Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule (3) 1975 Heft 5, S. 241—252.

[3] Winter, H.: Steigerung arithmetischer Fähigkeiten (Teil I, Teil II) in: Die Grundschule (6) 1974 Heft 8, S. 416—427; Heft 9, S. 470—477 (Nachdruck in: Epping, J. (Hrsg.): Praxis des Mathematikunterrichtes I, Braunschweig 1978 (Westermann), S. 101—137).