1. Es sei $D \subset I\!\!R^n$ eine nichtleere konvexe Menge.

   Zeigen Sie

   (i) Sind $f, g : I\!\!R^n \to I\!\!R$ konvexe Funktionen und $\lambda \geq 0, \mu \geq 0$, dann ist auch die Funktion $\lambda f + \mu g$ konvex.

   (ii) Es seien $a, b : I\!\!R \to I\!\!R$ konvexe Funktionen (einer Veränderlichen!). Dann ist die durch $S(x, y) := a(x) + b(y)$ auf $I\!\!R^2$ definierte Funktion S konvex.

   (iii) Sind $\psi : D \to I\!\!R$ eine konvexe und $\varphi : I\!\!R \to I\!\!R$ eine monoton wachsende konvexe Funktion, dann ist die durch

   $$\tau(\underline{x}) := \varphi \circ \psi(\underline{x}) := \varphi(\psi(\underline{x})), \quad \underline{x} \in D,$$

   definierte Funktion ebenfalls konvex.
   (Die Aussage ist falsch, wenn nur gefordert wird, dass φ konvex ist.)

   Untersuchen Sie mit Hilfe von (i) - (iii) die folgenden Funktionen auf $I\!\!R$ auf Konvexität:

   a) $h(x, y) = 24(x + y)^2 - 11\sqrt{y}$

   b) $\tau(x, y) = e^{x^2 + y^4}$

---

2. **Preisaufgabe**
   Man zeige unter Verwendung der Definition von “strikt konvex”, daß die Funktion $f : I\!\!R^2 \to I\!\!R^2$:

   $$f(x, y) = x^2 + y^2$$

   strikt konvex ist.

   Hinweis: Die Argumentation sollte also ohne die Ableitungen von f auskommen.

---

3. Man beweise bzw. begründe die Rechenregeln für Eigenwerte anhand der Definition des Begriffes “Eigenwert” unter Benutzung der Rechenregeln für Determinanten. Die “Fallstricke”-Regeln sind anhand geeigneter Gegenbeispiele zu widerlegen.
