LÖSUNG LINEARER GLEICHUNGSSYSTEME MIT DEM AUSTAUSCHVERFAHREN

GLS:

$$\begin{array}{cccccc} & A & \cdot\,\underline{x} & = & \underline{y} & \quad (1) \\ \in & \mathbb{R}^{m,n} & \mathbb{R}^{n} & & \mathbb{R}^{n} & \\ & \textit{geg.} & \underline{\textit{ges.}} & & \textit{geg.} & \end{array}$$

Umformung:

$$\begin{array}{rrcccc} & & A & \cdot\,\underline{x} & = & \underline{y} \\ \Leftrightarrow & 0 = & A & \cdot\,\underline{x} & - & \underline{y} \end{array}$$

$$\begin{array}{rrcccccc} \Leftrightarrow & \underline{\quad} = & A & \cdot\,\underline{x} & - & \underline{y} & \quad (2.1) \wedge \\ & \underline{\quad} = & \underline{\quad} & & & & \quad (2.2) \end{array}$$

Man sucht $\underline{x}$ $(\in \mathbb{R}^n)$ und ________________ derart, daß (2.1) und (2.2) gleichzeitig erfüllt werden. Idee dazu:

- (2.1) als Austauschtableau schreiben
- die ______________ als "freie" Variable nach oben tauschen

Erstes Austauschtableau:

$T0$	$\underline{x}^\top$	1
_	A	___

bzw. ausführlich

$T0$	$x_1 \quad \dots \quad x_n$	1
	$a_{11} \quad \dots \quad a_{1n}$	
	$\vdots \qquad\quad \vdots$	
___	$a_{m1} \quad \dots \quad a_{mn}$	_____

Beispiel:

$$\begin{array}{rcrcr} 2x_1 & + & 4x_2 & = & 2 \\ 3x_1 & + & 6x_2 & = & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r||cc|c} T0 & x_1 & x_2 & 1 \\ \hline\hline & 2 & 4 & \\ \_\_\_ & 3 & 6 & \_\_\_ \\ \hline & * & -2 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r||cc|c} T1 & \_ & x_2 & 1 \\ \hline\hline & 1/2 & -2 & \\ \_\_\_ & 3/2 & \boxed{0} & \_\_\_ \\ \hline & * & -2 & 1 \end{array}$$

Allgemeine Form des Ergebnistableaus:

	$z_1 \ \ldots \ z_r$	$x_{r+1} \ \ldots \ x_n$	1	
x_1 $\vdots$ x_r	M^{11}	M^{12}	b_1 $\vdots$ b_r	$\Big\}$ (I) oberer
z_{r+1} $\vdots$ z_m	M^{21}		c_1 $\vdots$ b_d	$\Big\}$ (II) unterer
	(l) linker	(M) mittlerer	(R) rechter Tableauteil	

kurz:

Erläuterungen:

1. Die ____________ sind “frei”, können also – wie gewünscht – mit dem Wert 0 belegt werden. Daher braucht ______________ in der Rechnung nicht mitgeführt zu werden (Streichung der Pivot________).

2. Beurteilung der Lösbarkeit: ________________

________________________ $\Big\} \Leftrightarrow$ GLS (1) ist lösbar

________________________ $\Big\} \Leftrightarrow$ GLS (1) ist unlösbar

3. Bei Lösbarkeit: Ablesen der Lösung

Lösung	erkennbar:	Ablesen:
eindeutig: $r = n$	____________	$\underline{x} = \underline{x}^B = \_$
mehrdeutig: $r < n$	____________	$\underline{x}$ ________________________________