(2.3) SATZ: Formeln für $\neg$, $\vee$ und $\wedge$

P, Q und R seien beliebige logische Formeln. Dann sind die folgenden logischen Formeln allgemeinrichtig:

a) $P \vee (\neg P)$

b) $\neg(P \wedge \neg P)$

c) $\neg(\neg P) \iff P$

d) $P \wedge Q \iff Q \wedge P$, $P \vee Q \iff Q \vee P$ **(Kommutativgesetze)**

e) $(P \wedge Q) \wedge R \iff P \wedge (Q \wedge R)$, $(P \vee Q) \vee R \iff P \vee (Q \vee R)$
(Assoziativgesetze)

f) $\neg(P \wedge Q) \iff (\neg P) \vee (\neg Q)$, $\neg(P \vee Q) \iff (\neg P) \wedge (\neg Q)$
(Regeln von de Morgan)

g) $P \wedge (Q \vee R) \iff (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$, $P \vee (Q \wedge R) \iff (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
(Distributivgesetze)

Ein Beweis wird mit Hilfe von Wahrheitstafeln geführt.

(2.4) SATZ: Formeln für die Implikation

P, Q und R seien beliebige logische Formeln. Dann sind die folgenden logischen Formeln allgemeinrichtig:

a) $(P \iff Q) \iff [(P \Longrightarrow Q) \wedge (Q \Longrightarrow P)]$

b) $[(P \Longrightarrow Q) \wedge (Q \Longrightarrow R)] \Longrightarrow (P \Longrightarrow R)$ **(Transitivität)**

c) $(P \Longrightarrow Q) \iff (\neg P \vee Q)$

d) $(P \Longrightarrow Q) \iff (\neg Q \Longrightarrow \neg P)$ **(Kontraposition)**

e) $(P \Longrightarrow Q) \iff [(P \wedge \neg Q) \Longrightarrow \neg P]$

f) $(P \Longrightarrow Q) \iff [(P \wedge \neg Q) \Longrightarrow Q]$

g) $(P \Longrightarrow Q) \iff [(P \wedge \neg Q) \Longrightarrow (R \wedge \neg R)]$

Ein Beweis wird mit Hilfe von Wahrheitstafeln oder durch **äquivalentes Umformen** geführt.

Die Formeln e),f) und g) sind Grundlage für die **indirekte Beweisführung**.