

## Der Betrag auf $\mathbb{R}$

**(1.14) DEF:** Für  $x \in \mathbb{R}$  ist der **Betrag**  $|x|$  definiert durch

$$|x| := \begin{cases} x & , \text{ falls } x \geq 0 \\ -x & , \text{ falls } x \leq 0 \end{cases}$$

$$|2| = 2 \quad , \quad |-3.3| = 3.3 \quad , \quad |0| = 0 \quad , \quad |\pi| = \pi$$

**(1.15) Eigenschaften des Betrages:** Für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:

- a)  $|x| \geq 0$
- b)  $|x| = 0 \iff x = 0$
- c)  $|x| = |-x|$
- d)  $-|x| \leq x \leq |x|$
- e)  $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- f)  $|x + y| \leq |x| + |y|$  (Dreiecksungleichung)
- g)  $|x + y| \geq |x| - |y|$

## Das Vorzeichen einer reellen Zahl

**(1.16) DEF:** Für  $x \in \mathbb{R}$  ist das **Vorzeichen**  $\text{sign}(x)$  definiert durch

$$\text{sign}(x) := \begin{cases} 1 & , \text{ falls } x > 0 \\ 0 & , \text{ falls } x = 0 \\ -1 & , \text{ falls } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{sign}(2.3) = 1 \quad , \quad \text{sign}(0) = 0 \quad , \quad \text{sign}(-0.1234) = -1$$

**(1.17) BEM:** Für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt  $x = \text{sign}(x) \cdot |x|$