

Ordnungsrelation auf \mathbb{R}

(1.4) Axiome für " \leq " auf \mathbb{R}

- O_1) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $x \leq x$ (**Reflexivität**)
- O_2) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt: $x \leq y$ und $y \leq x \implies x = y$
(**Antisymmetrie**)
- O_3) Für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt: $x \leq y$ und $y \leq z \implies x \leq z$ (**Transitivität**)
- O_4) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt: $x \leq y$ oder $y \leq x$ (**Linearität**)

Fazit: " \leq " ist eine lineare Ordnungsrelation auf \mathbb{R}

(1.5) Verträglichkeit von " \leq " mit "+"

- O_A) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt: $x \leq y \implies x + z \leq y + z$ für alle $z \in \mathbb{R}$

Verträglichkeit von " \leq " mit "."

- O_M) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt: $x \leq y \implies x \cdot z \leq y \cdot z$ für alle $z \in \mathbb{R}$ mit $z \geq 0$

Fazit: \mathbb{R} ist ein angeordneter Körper