(3.6) DEF: Die **Potenzmenge** einer Menge M ist die Menge aller Teilmengen von M. Sie wird mit $\mathcal{P}(M)$ bezeichnet.

Es gilt immer: $\emptyset \in \mathcal{P}(M)$ und $M \in \mathcal{P}(M)$

Beispiele:

M	$\mathcal{P}(M)$
$\emptyset$	$\{\emptyset\}$ (Diese Menge ist nicht leer!)
$\{1\}$	$\{\emptyset, \{1\}\}$
$\{1, 2\}$	$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
$\{1, 2, 3\}$	$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\})\}$

(3.7) DEF: Es sei I eine nichtleere (Index–)Menge. Für jedes $i \in I$ sei eine Menge M_i gegeben. Man spricht dann von einem **Mengensystem** $(M_i)_{i \in I}$.

a) Die **Vereinigungsmenge** aller Mengen M_i $(i \in I)$ ist dann definiert durch

$$\bigcup_{i \in I} M_i := \{\, x \mid \exists\, j \in I : x \in M_j \,\}$$

b) Die **Durchschnittsmenge** aller Mengen M_i $(i \in I)$ ist dann definiert durch

$$\bigcap_{i \in I} M_i := \{\, x \mid \forall\, j \in I : x \in M_j \,\}$$

c) $(M_i)_{i \in I}$ heißt ein **disjunktes Mengensystem**, wenn gilt:

$$\forall\, i \in I\, \forall\, j \in I \,:\, i \neq j \implies M_i \cap M_j = \emptyset$$

d) Ist $(M_i)_{i \in I}$ ein disjunktes Mengensystem, so heißt die Vereinigung über $(M_i)_{i \in I}$ **disjunkte Vereinigung** der Mengen M_i $(i \in I)$ und wird mit

$$\dot{\bigcup_{i \in I}} M_i$$

bezeichnet.

(3.8) DEF: M und N seien Mengen.

a) Ein **geordnetes Paar** aus einem Element $x \in M$ und einem Element $y \in N$ wird mit (x, y) bezeichnet. Man nennt x die erste und y die zweite Komponente von (x, y). Die Gleichheit zweier geordneter Paare (x, y) und (x', y') ist definiert durch

$$(x, y) = (x', y') \ :\iff \ x = x' \ \wedge \ y = y'$$

b) Die Menge $M \times N := \{ (x, y) \mid x \in M \wedge y \in N \}$ aller geordneten Paare, deren erste Komponente in M und deren zweite Komponente in N liegen, heißt das **kartesische Produkt** von M und N. Im Falle $M = N$ schreibt man auch $M \times M =: M^2$.

(Nach René Descartes (Cartesius),1596–1650)