Rechenoperationen auf $\mathbb{R}$

(1.1) Grundeigenschaften von "+" und "·" auf $\mathbb{R}$

Addition

A$_0$) $x + y \in \mathbb{R}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ (**Abgeschlossenheit**)

A$_1$) $(x + y) + z = x + (y + z)$ für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ (**Assoziativ.G.**)

A$_2$) $x + y = y + x$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ (**Kommutatives G.**)

A$_3$) $x + 0 = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$ (**Nullelement**)

A$_4$) Zu jedem $x \in \mathbb{R}$ gibt es ein $y \in \mathbb{R}$ mit $x + y = 0$
(**Existenz von negativen Elementen**)

Multiplikation

M$_0$) $x \cdot y \in \mathbb{R}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ (**Abgeschlossenheit**)

M$_1$) $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ (**Assoziatives G.**)

M$_2$) $x \cdot y = y \cdot x$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ (**Kommutatives G.**)

M$_3$) $x \cdot 1 = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$ (**Einselement**)

M$_4$) Zu jedem $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ gibt es ein $y \in \mathbb{R}$ mit $x \cdot y = 1$
(**Existenz von inversen Elementen**)

Distributives Gesetz

D) $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$

Fazit: $\mathbb{R}$ **ist ein Körper**