5. Übungsblatt

MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER I (WS 2000/01)

Abgabe: Montag, 27.11.2000 bis 13.30 Uhr

Der Abgabeort wird noch bekanntgegeben

Internet–Adresse der Vorlesung:

http://math–www.uni–paderborn.de/~chris/index9.html

18. Aufgabe: a) Sei M eine Menge und $\mathcal{Z} \subseteq \mathcal{P}(M)$ eine Zerlegung von M. Die Relation R sei für $x, y \in M$ definiert durch:

$$xRy \;:\Longleftrightarrow\; \exists\, Z \in \mathcal{Z} \,:\, x \in Z \wedge y \in Z$$

Zeige, daß R eine Äquivalenzrelation auf M ist. Bestimme die Äquivalenzklasse eines beliebigen Elementes $x \in M$ (natürlich mit Begründung!)

b) Bestimme alle Äquivalenzrelationen auf der Menge $\{a, b, c, d\}$. (Hinweis: Auf Grund von Satz (4.10) und Teil a) entsprechen sich die Äquivalenzrelationen auf einer Menge M und die Zerlegungen von M in eineindeutiger Weise). (7)

19. Aufgabe: a) Die Abbildung $f : \{a, b, c, d, e\} \longrightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ sei definiert durch $a \longmapsto 2$, $b \longmapsto 5$, $c \longmapsto 7$, $d \longmapsto 3$, $e \longmapsto 5$. Bestimme für $U := \{b, c, d, e\}$ die Bildmenge $f(U)$ und für $V := \{3, 4, 5\}$ und $V' := \{1, 2\}$ die Urbildmengen $f^{-1}(V)$ bzw. $f^{-1}(V')$.

b) Die Abbildung $g : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ sei definiert durch $g(z) = z^2$ für alle $z \in \mathbb{Z}$. Seien $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ und $V = \{-1, 3, 4, 5, 9\}$. Bestimme $g(U)$ und $g^{-1}(V)$. (3)

20. Aufgabe: Gegeben seien die Abbildungen $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $(r, s) \longmapsto r - s$ und $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto x^3 - x + 1$. Berechne $(g \circ f)((5, 2))$ und $(g \circ f)((2, 5))$. Läßt sich $(f \circ g)(2)$ berechnen? Begründe die Antwort. (2)

21. Aufgabe: Untersuche die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität (In allen Fällen ist eine Begründung erforderlich):

a) $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, $n \longmapsto n + 5$

b) $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \longmapsto x - y$. (4)

Literaturhinweis: Den bisherigen Stoff der Vorlesung kann man nachlesen in dem Buch: Dörfler/Peschek "Einführung in die Mathematik für Informatiker" Hanser Verlag