

## 4. Übungsblatt

### MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER I (WS 2000/01)

**Abgabe:** Montag, 20.11.2000 bis 13.30 Uhr

Der Abgabeort wird noch bekanntgegeben

**Internet-Adresse** der Vorlesung:

<http://math-www.uni-paderborn.de/~chris/index9.html>

**14. Aufgabe:** Auf der Menge  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  sei die Relation  $R$  definiert durch

$$(m, n) R (m', n') :\iff m \leq m' \text{ und } n \leq n' \quad ((m, n), (m', n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N})$$

a) Beweise, daß  $R$  eine partielle Ordnung auf  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  ist. Untersuche, ob  $R$  linear ist.

b) Sei  $M := \{\emptyset, \{5\}, \{6\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ . Stelle das Hasse-Diagramm für die partiell geordnete Menge  $(M, \subseteq)$  auf und bestimme alle minimalen Elemente und alle maximalen Elemente in  $(M, \subseteq)$ . Gibt es ein größtes bzw. ein kleinstes Element in  $(M, \subseteq)$ ? Ist  $(M, \subseteq)$  eine linear geordnete Menge? (5)

**15. Aufgabe:** a) Sei  $M = \{a, b, c, d, e\}$ . Die Relation  $R$  auf  $M$  sei durch die nebenstehende Tabelle definiert. Zeige, daß  $R$  eine Äquivalenzrelation auf  $M$  ist.

$R$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$a$	1	0	1	0	1
$b$	0	1	0	1	0
$c$	1	0	1	0	1
$d$	0	1	0	1	0
$e$	1	0	1	0	1

b) Bestimme für jedes  $x \in M$  die Äquivalenzklasse  $[x]_R$  von  $x$  bzgl.  $R$ . Welches ist die Quotientenmenge von  $M$  nach  $R$ ?

(4)

**16. Aufgabe:** Definiere auf der Menge  $M := \{a, b, c, d\}$  eine Relation  $R$ , die reflexiv und symmetrisch, nicht aber transitiv ist ( $R$  definiert man am besten durch eine Tabelle. Es ist zu begründen, daß  $R$  die geforderten Eigenschaften besitzt) (3)

**17. Aufgabe:** Die Relation  $R$  auf der Menge  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$(x, y) R (x', y') :\iff x - x' = y - y'.$$

a) Beweise, daß  $R$  eine Äquivalenzrelation auf  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  ist.

b) Welche Elemente haben die Äquivalenzklassen von  $(0, 0)$  bzw.  $(2, 5)$ ? Stelle diese Äquivalenzklassen anschaulich in der Ebene dar. (4)