Nelius/Nöcker

12. Übungsblatt

MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER I (WS 2000/01)

Abgabe: Montag, 29.1.2001 bis **13.00 Uhr !!!**

Internet–Adresse der Vorlesung:
http://math–www.uni–paderborn.de/~chris/index9.html

43. Aufgabe: Seien a, b ganze Zahlen und sei p eine Primzahl. Beweise:
$(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod p$ (2)

44. Aufgabe: Berechne die letzten beiden Dezimalstellen von 123456789^{4921}
(*Hinweis:* Anstatt zu rechnen wende man geeignete Sätze aus der Vorlesung an!) (3)

45. Aufgabe: Die Berechnung des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen kann auf zwei verschiedene Weisen erfolgen. Das soll hier für die beiden Zahlen $a = 2767198$ und $b = 1716495$ gemacht werden. Die daür notwendigen Rechnungen sind zu dokumentieren!

a) Bestimme $\mathrm{ggT}(a, b)$ mit Hilfe des *Euklidischen Algorithmus.*

b) Zur Vorbereitung auf das zweite Verfahren berechne man alle Primzahlen zwischen 2 und 400 mit Hilfe des *Siebes des Eratosthenes.*

c) Berechne nun $\mathrm{ggT}(a, b)$ mit Hilfe der *Primfaktorzerlegungen* der beiden Zahlen a und b, die zuerst bestimmt werden müssen.

Bemerkung: Wenn für diese Aufgabe ein *normaler Taschenrechner* benutzt wird, dann ist die verwendete Zeit ein gutes Kriterium dafür, wie schnell ein Rechnerprogramm die verschiedenen Algorithmen ausführen kann. (7)

46. Aufgabe: Berechne die folgenden Summen bzw. Produkte von Matrizen. Bei Matrizen, deren Elemente Restklassen sind, sind im Ergebnis jeweils kleinstmögliche Repräsentanten ≥ 0 anzugeben.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} [1]_5 & [3]_5 & [7]_5 \\ [0]_5 & [2]_5 & [6]_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [3]_5 & [2]_5 & [6]_5 \\ [12]_5 & [-3]_5 & [1]_5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ **d)** $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ **f)** $\begin{pmatrix} [15]_7 & [14]_7 \\ [35]_7 & [-13]_7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} [9]_7 & [25]_7 \\ [5]_7 & [93]_7 \end{pmatrix}$ (4)