(0.1) SATZ: Auf der Menge $\mathbf{V_2}$ der Vektoren der anschaulichen Ebene $\mathbf{E}$ gibt es zwei Rechenoperationen: die Addition und die skalare Multiplikation.

Für die Addition gelten die folgenden Regeln:

A_0) Je zwei Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ aus $\mathbf{V_2}$ wird ein eindeutig bestimmter Vektor $\vec{v} + \vec{w}$ aus $\mathbf{V_2}$ zugeordnet .

A_1) Für alle Vektoren $\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$ gilt $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
(Assoziatives Gesetz)

A_2) Für alle Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ gilt $\vec{v} + \vec{w} = \vec{w} + \vec{v}$
(Kommutatives Gesetz)

A_3) Es existiert ein Vektor $\vec{o}$ in $\mathbf{V_2}$ mit $\vec{v} + \vec{o} = \vec{v}$ für alle Vektoren $\vec{v}$
(Existenz eines Nullvektors)

A_4) Zu jedem Vektor $\vec{v}$ gibt es einen Vektor $\vec{w}$ mit $\vec{v} + \vec{w} = \vec{o}$
(Existenz von negativen Vektoren)

Für die skalare Multiplikation gelten die folgenden Regeln:

SM_0) Jedem (Skalar) $r \in \mathbb{R}$ und jedem Vektor $\vec{v}$ aus $\mathbf{V_2}$ wird ein eindeutig bestimmter Vektor $r\vec{v}$ aus $\mathbf{V_2}$ zugeordnet .

$$\left.\begin{array}{ll} \mathbf{SM_1)} & r(\vec{v} + \vec{w}) = r\vec{v} + r\vec{w} \\ \mathbf{SM_2)} & (r + s)\vec{v} = r\vec{v} + s\vec{v} \\ \mathbf{SM_3)} & r(s\vec{v}) = (rs)\vec{v} \\ \mathbf{SM_4)} & 1\vec{v} = \vec{v} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \text{für alle } \vec{v}, \vec{w} \in \mathbf{V_2} \\ \text{und alle } r, s \in \mathbb{R} \end{array}$$

Bezeichnung: Man nennt $\mathbf{V_2}$ einen **Vektorraum über** $\mathbb{R}$ oder auch einen **reellen Vektorraum** .