Beweis durch vollständige Induktion

Mit Hilfe vollständiger Induktion läßt sich häufig beweisen, daß eine Aussage oder Formel für alle natürlichen Zahlen richtig ist.

> $n_0 \in \mathbb{N}_0$ sei eine feste Zahl, und es sei $A(n)$ eine Aussage in Abhängigkeit von $n \in \mathbb{N}_0$. Kann man dann beweisen:
>
> **i)** $A(n_0)$ ist richtig,
>
> **ii)** aus der Richtigkeit von $A(n)$ für eine **beliebige**, aber **feste** natürliche Zahl $n \geq n_0$ folgt die Richtigkeit von $A(n+1)$,
>
> so ist $A(n)$ für **alle** natürlichen Zahlen $n \geq n_0$ richtig.

Bezeichnungen: Ein Induktionsbeweis besteht immer aus zwei Beweis–Teilen:

1) dem **Induktionsanfang (IA)**

hier wird bewiesen, daß die Behauptung für $n = n_0$ richtig ist (häufig ist $n_0 = 1$, aber nicht immer!)

2) dem **Induktionsschluß (IS)** oder dem "**Schluß von n auf $n+1$**":

hier wird unter der **Induktionsvoraussetzung (IV)**, daß die Behauptung für eine beliebige (aber feste) natürliche Zahl $n \geq n_0$ richtig ist, die **Induktionsbehauptung (IB)** bewiesen, daß dann die Behauptung auch für $n+1$ richtig ist.

Grundlage für diese Beweismethode ist das sog. Induktionsprinzip aus den **Peano–Axiomen** für die natürlichen Zahlen (Giuseppe Peano, 1858–1932):