

LINEARE ALGEBRA (SS 2008)**Abgabe:** Fr. 6.6.2008, bis 9.15 Uhr**Gruppe 1 (Mo):** Fach Nr. 3 (orangener Schrank bei D1.348)**Gruppe 2 (Do):** Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)**Internet:** <http://math-www.uni-paderborn.de/~chris>

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel-Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

Es können **Bonuspunkte** für die Übungsschein-Klausur erworben werden.

Es ist nur Einzelabgabe erlaubt.

**Begründen Sie bitte Ihren Lösungsweg bzw. erklären Sie Ihren Rechenweg!**

**25. Aufgabe:** Seien  $a, b, c \in \mathbb{R}^n$ . Beweise:

a)  $\mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b) = \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b, c) \implies c \in \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b)$

b)  $c \in \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b) \implies \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b) = \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b, c)$

**Hinweis:** Es ist  $\mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b) \subseteq \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b, c)$  und  $\mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b, c) \subseteq \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a, b)$  zu zeigen. (3)

**26. Aufgabe:** Seien  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

a) Berechne nach dem Gauß-Jordan-Verfahren (5.7) die Inversen von  $A, B$  und  $A \cdot B$ . Vergiß die Proben nicht!

b) Berechne  $A^{-1} \cdot B^{-1}$  und  $B^{-1} \cdot A^{-1}$ .

c) Welche allgemein gültige Formel ist mit den Ergebnissen aus a) und b) bestätigt worden? (7)

**27. Aufgabe:** Eine **Diagonalmatrix** ist eine quadratische Matrix, bei der höchstens auf der Hauptdiagonale Elemente  $\neq 0$  stehen können.

a) Sei  $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{R})$  ( $D$  ist eine Diagonalmatrix!). Untersuche, ob  $D$

invertierbar ist. Begründe Deine Antwort!

b) Beweise: Eine Diagonalmatrix  $D = (d_{ik}) \in M_5(\mathbb{R})$  ist genau dann invertierbar, wenn  $d_{11} \cdot d_{22} \cdot d_{33} \cdot d_{44} \cdot d_{55} \neq 0$  gilt. (3)