

LINEARE ALGEBRA (SS 2008)**Abgabe:** Fr. 23.5.2008, bis 9.15 Uhr**Gruppe 1 (Mo):** Fach Nr. 3 (orangener Schrank bei D1.348)**Gruppe 2 (Do):** Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)**Internet:** <http://math-www.uni-paderborn.de/~chris>

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel-Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

Es können **Bonuspunkte** für die Übungsschein-Klausur erworben werden.

Es ist nur Einzelabgabe erlaubt.

Begründen Sie bitte Ihren Lösungsweg bzw. erklären Sie Ihren Rechenweg!

Allgemeiner Hinweis: Lineare Gleichungssysteme **müssen** ab jetzt mit dem Gauß-Algorithmus gelöst werden. Die vorgenommenen Umformungen der Gleichungen sollen so wie in der Vorlesung **kenntlich** gemacht werden. Benutze **keinen** Taschenrechner. Es soll mit weitgehend vereinfachten Brüchen gerechnet werden.

Gib bei den Aufgaben 17 und 18 jeweils die benutzten Rechenregeln an!

17. Aufgabe: Sei $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$. Beweise: Sind $c, d, e \in \mathbb{R}^n$ Lösungen des homogenen LGS's $Ax = o_m$, so ist auch jede Linearkombination $rc + sd + te$ ($r, s, t \in \mathbb{R}$) eine Lösung von $Ax = o_m$. (2)

18. Aufgabe: Beweise für beliebige $a, b \in \mathbb{R}^n$ und $r, s \in \mathbb{R}$:

a) Aus $ra = o_n$ folgt ($r = 0$ oder $a = o_n$)

Hinweis: Führe einen indirekten Beweis! Die Negation der Behauptung ($r = 0$ oder $a = o_n$) lautet ($r \neq 0$ und $a \neq o_n$).

b) $-(ra) = (-r)a = r(-a)$

c) Ist $r \neq 0$ und gilt $ra = rb$, so folgt $a = b$.

d) Ist $a \neq o_n$ und gilt $ra = sa$, so folgt $r = s$.

e) Finde ein Beispiel für eine (7×8) -Matrix A , die nicht die Nullmatrix ist, und ein 8-Tupel $c \neq o_8$, so daß $Ac = o_7$ gilt. (6)

19. Aufgabe: a) Läßt sich jeder Vektor $b \in \mathbb{R}^4$ als Linearkombination der Vektoren

$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ darstellen? Was läßt sich über

$\mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a_1, a_2, a_3, a_4)$ aussagen?

b) Seien $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

Untersuche, ob $\mathcal{L}_{\mathbb{R}}(a_1, a_2, a_3) = \mathbb{R}^3$ gilt.

(5)