Damit gilt

$$a + rc + sd + te = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = y \in L.$$

Man rechnet nach: $Ac = 0_3$, $Ad = 0_3$, $Ae = 0_3$, d.h.

$\underline{\underline{c, d, e \in L_0 = \text{Lös}(A, 0_3)}}$

$\boxed{1}$ Sonderpunkt

c) $$L_0 = \left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{r}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{2}t \\ \frac{3}{2}r - \frac{3}{2}s - \frac{t}{2} \\ r \\ s \\ t \end{pmatrix}}_{=:z} \;\middle|\; r, s, t \in \mathbb{R} \right\}$$

(allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen Systems $Ax = 0_3$)

Es gilt $z = y - a$

$$Az = A(y-a) = Ay - Aa = b - b = 0_3$$

$\boxed{1}$ / 4

---

(16) a) Sei $b = \binom{b_1}{b_2} \in \mathbb{R}^2$ bel. $b \in \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(c,d)$ ist äquivalent dazu, daß das LGS $(*) \begin{cases} 4x_1 + x_2 = b_1 \\ 3x_1 + 2x_2 = b_2 \end{cases}$ lösbar ist; denn

$b \in \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(c,d) \Leftrightarrow$ es gibt $r, s \in \mathbb{R}$ mit $\binom{b_1}{b_2} = b = rc + sd = r\binom{4}{3} + s\binom{1}{2} = \binom{4r+s}{3r+2s}$

$\Leftrightarrow$ es gibt $r, s \in \mathbb{R}$ mit $\begin{cases} 4r + s = b_1 \\ 3r + 2s = b_2 \end{cases}$.

Wegen $4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 5 \neq 0$ besitzt $(*)$ nach Aufg. 4 eine Lösung, also ist b Lk von c und d

$\boxed{1\frac{1}{2}}$

b) Beh.: $\binom{1}{0} \notin \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(c,d)$

Annahme: $\binom{1}{0} \in \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(c,d)$. Wie in a) hat dies zur Folge, daß das LGS

$$\begin{array}{rcl} -2x_1 + 4x_2 &=& 1 \\ x_1 - 2x_2 &=& 0 \\ \hline x_1 - 2x_2 &=& 0 \\ -2x_1 + 4x_2 &=& 1 \\ \hline x_1 - 2x_2 &=& 0 \\ 0 &=& 1 \;\lightning \end{array}$$

lösbar ist.

LGS ist nicht lösbar

Widerspruch!

$\boxed{1\frac{1}{2}}$

/ 3