14. Übungsblatt

LINEARE ALGEBRA (SS 2008)

Freiwillige Bearbeitung mit Zusatzpunkten.

Klausurteilnehmer sollten diese Übung auf jeden Fall bearbeiten!

Abgabe: Fr. 18.7.2008, bis 9.15 Uhr

Gruppe 1 (Mo): Fach Nr. 3 (orangener Schrank bei D1.348)

Gruppe 2 (Do): Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)

Internet: http://math-www.uni-paderborn.de/˜ chris

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel–Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

Es können **Bonuspunkte** für die Übungsschein–Klausur erworben werden.

Es ist nur Einzelabgabe erlaubt.

Begründen Sie bitte Ihren Lösungsweg bzw. erklären Sie Ihren Rechenweg!

44. Aufgabe: Es sei $D_3(\mathbb{R}) \subseteq \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ die Menge aller oberen (3×3)–Dreiecksmatrizen.

a) Beweise, daß $D_3(\mathbb{R})$ ein Untervektorraum von $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ ist.

b) Bestimme die Dimension von $D_3(\mathbb{R})$.

c) Welche Dimension hat der Untervektorraum $D_n(\mathbb{R})$ aller oberen $(n \times n)$–Dreiecksmatrizen? (3)

45. Aufgabe: Sei $A \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ eine <u>invertierbare</u> Matrix. Beweise, daß die Menge der 3 Spaltenvektoren a_1, a_2, a_3 von A eine Basis von $\mathbb{R}^3$ bildet. (2)

46. Aufgabe: Sei $A \in \mathrm{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Außerdem sei vorausgesetzt, daß das homogene LGS $Ax = o_m$ eindeutig lösbar ist. Beweise:

a) $\mathrm{rg}(A) = n$ **b)** $n \leq m$. (2)

47. Aufgabe: Finde einen 3–dimensionalen Untervektorraum von $\mathbb{R}^4$, der keinen Einheitsvektor aus $\mathbb{R}^4$ enthält. (Natürlich ist die Antwort zu begründen!) (3)

48. Aufgabe: Sei V ein m–dimensionaler Vektorraum. Beweise, daß jedes EZS von V mindestens m Elemente enthält. (2)