12. Übungsblatt

LINEARE ALGEBRA (SS 2008)

Abgabe: Fr. 4.7.2008, bis 9.15 Uhr

Gruppe 1 (Mo): Fach Nr. 3 (orangener Schrank bei D1.348)

Gruppe 2 (Do): Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)

Internet: http://math-www.uni-paderborn.de/˜ chris

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel–Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

Es können **Bonuspunkte** für die Übungsschein–Klausur erworben werden.

Es ist nur Einzelabgabe erlaubt.

Begründen Sie bitte Ihren Lösungsweg bzw. erklären Sie Ihren Rechenweg!

37. Aufgabe: Seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_{5,4}(\mathbb{R})$ und $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5$.

Begründe, daß das LGS $Ax = b$ lösbar ist (ohne vorher die Lösungen berechnet zu haben) und bestimme die Lösungsmenge mit Hilfe des Entzerrungsalgorithmus. Mache die Probe!

(3)

38. Aufgabe: Sei V ein beliebiger Vektorraum. Begründe die folgenden Rechenregeln. Dabei ist immer anzugeben, welche Vektorraum–Eigenschaften aus Definition (8.1) bzw. welche schon bewiesenen Regeln angewendet werden.

a) Für alle $v \in V$ gilt: $v + v = v \implies v = o_V$

b) Für alle $r \in \mathbb{R}$ gilt: $r o_V = o_V$

c) Für alle $r \in \mathbb{R}$ und $v \in V$ gilt: $r(-v) = -(rv)$

d) Für alle $r, s \in \mathbb{R}$ und $v \in V$ gilt: $rv = sv \implies (r - s)v = o_V$. (4)

39. Aufgabe: Sei $U \subseteq \mathrm{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ die Menge aller (2×3)–Matrizen, bei denen an den Stellen $(1,1)$, $(1,3)$ und $(2,2)$ das Element 0 steht. Beweise auf Grundlage von Definition (8.5), daß U ein Untervektorraum von $\mathrm{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ ist. (2)

40. Aufgabe: Sei $U \subseteq \mathbb{R}^4$ die Menge aller 4–Tupel, für die die Summe der Komponenten 0 ist.

a) Beweise, daß U ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^4$ ist.

b) Finde drei Vektoren $u_1, u_2, u_3 \in U$, so daß sich jeder Vektor aus U als Linearkombination von u_1, u_2, u_3 darstellen läßt.

Hinweis: Gibt es einen Zusammenhang mit LGS'en? (3)