

LINEARE ALGEBRA (SS 2008)**Abgabe:** Fr. 27.6.2008, bis 9.15 Uhr**Gruppe 1 (Mo):** Fach Nr. 3 (orangener Schrank bei D1.348)**Gruppe 2 (Do):** Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)**Internet:** <http://math-www.uni-paderborn.de/~chris>

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen, Matrikel-Nr. und Nr. Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

Es können **Bonuspunkte** für die Übungsschein-Klausur erworben werden.

Es ist nur Einzelabgabe erlaubt.

Begründen Sie bitte Ihren Lösungsweg bzw. erklären Sie Ihren Rechenweg!

34. Aufgabe: a) Sei $A \in M_n(\mathbb{R})$. Beweise: $A^k \cdot A^l = A^l \cdot A^k$ für alle $k, l \in \mathbb{N}_0$.

b) Sei $B \in M_n(\mathbb{R})$ eine **invertierbare** Matrix. Dann ist B^{-k} für $k \in \mathbb{N}$ definiert durch

$$B^{-k} := (B^{-1})^k.$$

Beweise durch vollständige Induktion: Für jedes $k \in \mathbb{N}$ ist B^k invertierbar, und es gilt $B^{-k} = (B^k)^{-1}$. (3)

35. Aufgabe: Seien $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in M_5(\mathbb{R})$ und $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5$.

a) Transformiere $(A|b)$ durch elementare Zeilenumformungen auf Treppenform. Welchen Rang haben A bzw. $(A|b)$?

b) Bestimme wie in (7.18) die Lösungsmenge des homogenen LGS's $Ax = o_5$.

c) Bestimme die Lösungsmenge des inhomogenen LGS's $Ax = b$ und mache die Probe. (4)

36. Aufgabe: Bestimme die Lösungsmenge des LGS's $Ax = b$ mit Hilfe des Entzerrungsalgorithmus (7.20) (eine andere Methode wird **nicht** akzeptiert!) und mache die Probe. Dabei

seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in M_{4,6}(\mathbb{R})$ und $b = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$. (5)

Wenn Sie einen der Korrektoren sprechen wollen, schicken Sie ihm bitte eine email:

Marcus Becker (Kürzel: M.B.): marcusbe@mail.upb.de

Andreas Kottmann (Kürzel: A.K.): kottmann@upb.de