

1. Übungsblatt

ZAHLENTHEORIE (SS 2007)

Abgabe: Mi. 18.4.2007, bis 9.10 Uhr

Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)

Internet: <http://math-www.uni-paderborn.de/~chris>

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite **gut** leserlich Namen, Vornamen und Matrikel-Nr.  
Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

**Die folgenden Aufgaben sind auf Grundlage der Vorlesung zu bearbeiten!**

**1. Aufgabe:** Beweise den Satz (2.4) über die Division mit Rest durch vollständige Induktion. (4)

**2. Aufgabe:** Seien  $a, b \in \mathbb{Z}$  und  $n \in \mathbb{N}$ . Beweise:

a)  $((a \bmod n) + (b \bmod n)) \bmod n = (a + b) \bmod n$

b)  $((a \bmod n) \cdot (b \bmod n)) \bmod n = (a \cdot b) \bmod n$

c)  $(a \bmod n)^k \bmod n = a^k \bmod n$  für alle  $k \in \mathbb{N}_0$ . (3)

**3. Aufgabe:** Seien  $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  beliebig mit  $a \neq 0$ . Beweise, daß 13 ein Teiler der Zahl  $n$  mit der Dezimaldarstellung  $n = abcabc$  ist. (3)

**4. Aufgabe:** Seien  $a, n \in \mathbb{N}$ . Beweise:

a)  $(a - 1) \mid (a^n - 1)$

b)  $k \mid n \implies (a^k - 1) \mid (a^n - 1)$

c)  $7 \mid (13^m - 1)$  für jede gerade natürliche Zahl  $m \geq 2$ . (4)