

Das n -te Kreisteilungspolynom Φ_n

Symmetrie der Koeffizienten von Φ_n

SATZ: Ist $\Phi_n = \sum_{k=0}^{\varphi(n)} a_k T^k$, so gilt $a_k = a_{\varphi(n)-k} \quad (\forall k)$.

Größe der Koeffizienten von Φ_n

SATZ (Migotti, 1883)

Ist $n \in \mathbb{N}$ durch höchstens zwei ungerade Primzahlen teilbar, so liegen sämtliche Koeffizienten von Φ_n in $\{-1, 0, 1\}$.

SATZ (Schur, 1931)

Sei r eine gerade Zahl. $p_1, p_2, \dots, p_{r+1}$ seien Primzahlen mit $p_1 < p_2 < \dots < p_{r+1}$ und $p_{r+1} < p_1 + p_2$. Ferner sei $n := p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{r+1}$. Dann ist $-r$ der Koeffizient von $T^{p_{r+1}}$ des n -ten Kreisteilungspolynoms Φ_n .

Beispiel: $r = 2$, $p_1 = 3, p_2 = 5, p_3 = 7$. $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$. $p_3 = 7 < 8 = 3 + 5 = p_1 + p_2$.

Dann kommt T^7 in Φ_{105} mit dem Koeffizienten -2 vor, und ebenso $T^{48-7} = T^{41}$.