Zusammenfassung

1) Die Vektoren des Anschauungsraumes A lassen sich addieren und mit reellen Zahlen multiplizieren. Das Ergebnis ist jeweils wieder ein Vektor aus A. Dafür gelten die Rechenregeln A_0) bis A_4) und SM_0) bis SM_4), so daß $(\mathsf{A}, +, \cdot_{\mathbf{R}})$ ein **Vektorraum** über dem Körper der reellen Zahlen ist.

2) In A gibt es 3 linear unabhängige Vektoren, und je 4 oder mehr Vektoren sind linear abhängig, d.h. 3 ist die Maximalzahl linear unabhängiger Vektoren in A . A ist ein Vektorraum der **Dimension** 3 oder ein 3–dimensionaler Vektorraum.

3) Sind $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ 3 linear unabhängige Vektoren in A , so läßt sich **jeder** Vektor aus A als **Linearkombination** von $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ mit **eindeutig bestimmten** Koeffizienten darstellen. Man bezeichnet $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ als eine **Basis** des Vektorraumes A . Jede Basis von A besteht aus genau 3 linear unabhängigen Vektoren.

4) Geraden durch den Nullpunkt und Ebenen durch den Nullpunkt erfüllen jeweils für sich betrachtet auch die Eigenschaften eines reellen Vektorraumes. Man bezeichnet sie als **Unterräume** von A .

5) Auf A gibt es ein **inneres Produkt**, das je zwei Vektoren eine reelle Zahl zuordnet. Es erfüllt die Eigenschaften SP_1) bis SP_3) . Damit können die **Länge** eines Vektors und der **Winkel** zwischen zwei Vektoren bestimmt werden. Mit Hilfe des inneren Produktes lassen sich geometrische Phänomene wie die **Orthogonalität** beschreiben.

6) Das **äußere Produkt** zweier Vektoren ist wieder ein Vektor. Es erfüllt die Eigenschaften VP_1) bis VP_3) . Mit Hilfe des äußeren Produktes läßt sich die **Parallelität** zweier Vektoren feststellen.

7) Das **Spatprodukt** dreier Vektoren ist eine reelle Zahl. Mit seiner Hilfe läßt sich feststellen, ob drei Vektoren linear unabhängig sind oder nicht. Es ist ein Spezialfall der sog. **Determinante**.

8) Bezüglich eines fest gewählten **rechtwinkligen Koordinatensystems** (das ist ein Orthonormalsystem) läßt sich jeder Vektor in eindeutiger Weise durch seine **Koordinaten** beschreiben. Die oben beschriebenen Rechenoperationen und Produktbildungen können alle in Koordinaten ausgedrückt werden. Damit lassen sich dann **geometrische** Phänomene **rechnerisch** behandeln.