

## 12. Aufgabenblatt

GRAPHENTHEORIE (für GHRGe) (WS 2012/13)

**Abgabe:** Fr. 18.1.2013, bis 10.30 Uhr

**Gruppen 1 und 2 (Mo):** Fach Nr. 3 (orangener Schrank bei D1.348)

**Gruppen 3 und 4 (Do):** Fach Nr. 11 (orangener Schrank bei D1.348)

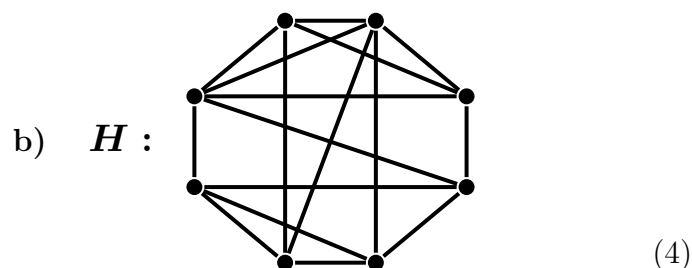
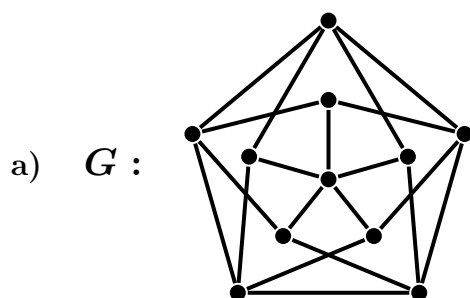
Internet: <http://math-www.uni-paderborn.de/~chris>

Schreiben Sie bitte auf die erste Seite gut leserlich Namen, Vornamen, Matrikel-Nr. und die **Nr. der Übungsgruppe, zu der Sie lt. PAUL zugelassen sind**. Heften Sie bitte die Seiten zusammen!

Es können **Bonuspunkte** für die Übungschein-Klausur erworben werden.

Es ist nur Einzelabgabe erlaubt. **Begründen Sie immer Ihre Antworten!**

**45. Aufgabe:** Untersuche, ob die folgenden Graphen planar sind oder nicht. Begründe! Falls ein Graph planar ist, zeichne ihn zusätzlich überschneidungsfrei mit geradlinigen Kanten und berechne seine Flächenzahl mit Hilfe der EPF:



**46. Aufgabe:** Sei  $v$  eine beliebige Ecke des Graphen  $K_5$ . Beweise, dass der Graph  $K_5 - v$  planar ist.

b) Sei  $\alpha$  eine beliebige Kante des Graphen  $K_5$ . Beweise, dass der Graph  $K_5 - \alpha$  planar ist und zeichne ihn überschneidungsfrei mit geradlinigen Kanten.

c) Beweise, dass der vollständige Graph  $K_n$  für jede natürliche Zahl  $n \geq 5$  nicht planar ist.

(4)

**Fortsetzung nächste Seite**

**47. Aufgabe:** Sei  $G$  ein schlichter zusammenhängender planarer Graph mit 6 Ecken,  $m$  Kanten und  $f$  Flächen.

- a) Welcher formelmäßige Zusammenhang besteht zwischen  $f$  und  $m$ ? Begründe  $1 \leq f \leq 8$  und  $5 \leq m \leq 12$ .
- b) Was läßt sich im Falle  $f = 1$  über den Graphen  $G$  aussagen? Zeichne zwei verschiedene Graphen mit  $f = 1$ .
- c) Zeichne einen Graphen mit  $f = 2$ . Lassen sich zwei verschiedene Graphen mit  $f = 2$  zeichnen?
- d) Zeichne (falls möglich) für jedes  $f \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  einen Graphen mit  $f$  Flächen. (5)

**48. Aufgabe: a)** Sei  $G$  ein zusammenhängender planarer Graph mit  $n \geq 4$  Ecken,  $m$  Kanten und  $f$  Flächen, in dem es keine Kreise der Länge  $\leq 4$  gibt. Beweise:

- i)  $G$  ist schlicht
  - ii)  $f \leq \frac{2}{5}m$  **Hinweis:** Orientiere dich an dem Beweis von (11.5)
- b) Untersuche, ob es in dem Petersen-Graphen  $P$  Kreise der Länge  $\leq 4$  gibt.
- c) Beweise mit Hilfe von ii), dass  $P$  nicht planar ist. **Hinweis:** Indirekter Beweis! (4)

---

**Achtung: Denke an die Punktetabelle!!!**