(1.1) PEANO–Axiome für die natürlichen Zahlen (1889):

P_1) 0 ist eine natürliche Zahl.

P_2) Jede natürliche Zahl n besitzt eine natürliche Zahl n' als **Nachfolger**.

P_3) 0 ist nicht Nachfolger einer natürlichen Zahl.

P_4) Zwei verschiedene natürliche Zahlen haben unterschiedliche Nachfolger.

P_5) **Induktionsprinzip**
Eine Menge T natürlicher Zahlen, die 0 enthält und mit jeder Zahl auch deren Nachfolger, enthält **alle** natürlichen Zahlen.

Giuseppe Peano, 1858–1932

(1.5) SATZ: Beweis durch vollständige Induktion (1. Version)

Es sei $A(n)$ eine Aussage in Abhängigkeit von $n \in \mathbb{N}$. Kann man dann die beiden folgenden Eigenschaften beweisen:

i) $A(0)$ ist richtig,

ii) aus der Richtigkeit von $A(n)$ für eine **beliebige** natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ folgt die Richtigkeit von $A(n')$,

so ist $A(n)$ für **alle** natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$ richtig.

(1.6) Bezeichnungen: Ein Induktionsbeweis besteht immer aus 2 Beweis–Teilen:

1) dem **Induktionsanfang (IA)**

hier wird bewiesen, daß die Aussage für $n = 0$ richtig ist,

2) dem **Induktionsschluß (IS)** oder dem “Schluß von n auf n'“

hier wird unter der **Induktionsvoraussetzung (IV)**, daß die Aussage für eine beliebige natürliche Zahl n richtig ist, die **Induktionsbehauptung (IB)** bewiesen, daß dann die Aussage auch für den Nachfolger n' von n richtig ist.