8. Übungsblatt

Einführung in das Zahlensystem (SS 2004)

Abgabe: Freitag, 2.7.2004 vor der Vorlesung

Versuchen Sie bitte, Ihre Lösungen ausführlich zu begründen. Die Angabe eines Ergebnisses allein reicht nicht aus!

Schreiben Sie bitte Ihren Namen, Vornamen und Ihre Matrikel–Nummer auf die erste Seite, und heften Sie alle Seiten zusammen.

26. Aufgabe: Es bezeichne $0_{\mathbb{Z}} := [(0,0)]$ das Nullelement in $(\mathbb{Z}, \oplus)$. Beweise für $z \in \mathbb{Z}$:

a) $z \circledge 0_{\mathbb{Z}} \iff$ es gibt ein $k \in \mathbb{N}$ mit $z = [(k,0)]$.

b) $z \circledgt 0_{\mathbb{Z}} \iff$ es gibt ein $k \in \mathbb{N}, k > 0$ mit $z = [(k,0)]$.

(**Hinweis:** Lemma (7.17) darf hier nicht beniutzt werden!) (3)

27. Aufgabe: Seien $w, z \in \mathbb{Z}$. Beweise:

a) $0 \cdot z = 0$

b) $(-w) \cdot z = -(w \cdot z)$

c) $(-w) \cdot (-z) = w \cdot z$. (3)

28. Aufgabe: Seien $w, z_1, z_2 \in \mathbb{Z}$. Beweise:

a) $w + z_1 = w + z_2 \implies z_1 = z_2$

(Dies ist die **Kürzungsregel** in $(\mathbb{Z}, +)$)

b) $w \cdot z_1 = w \cdot z_2$, $\underline{w \neq 0} \implies z_1 = z_2$

(Dies ist die **Kürzungsregel** in $(\mathbb{Z}, \cdot)$). (4)

29. Aufgabe: Beweise, daß es eine bijektive Abbildung $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{N}$ gibt (d.h. $\mathbb{Z} \sim \mathbb{N}$).
(3)

Internet–Adresse: http://math-www.uni-paderborn.de/~chris