4. Übungsblatt

Einführung in das Zahlensystem (SS 2004)

Abgabe: Mittwoch, 26.5.2004 bis 9.15 Uhr vor der Vorlesung

Versuchen Sie bitte, Ihre Lösungen ausführlich zu begründen. Die Angabe eines Ergebnisses allein reicht nicht aus!

Schreiben Sie bitte Ihren Namen, Vornamen und Ihre Matrikel–Nummer auf die erste Seite, und heften Sie alle Seiten zusammen.

10. Aufgabe: Beweise: Für alle $m, n, p, q \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $m \leq n$ und $p \leq q \implies m + p \leq n + q$

b) $m \leq n$ und $p \leq q \implies m \cdot p \leq n \cdot q$

c) Untersuche, ob die Aussagen in a) und b) auch gelten, wenn überall $\leq$ durch $<$ ersetzt wird. (4)

11. Aufgabe: Gegeben seien die Mengen $M := \{a, b, c, d, e\}, N := \{1, 2, 3, 4\}$ und $P := \{A, B, C\}$ (mit jeweils paarweise verschiedenen Elementen). Die Abbildungen $f : M \longrightarrow N$ und $g : N \longrightarrow P$ seien definiert durch $f : a \longmapsto 1, b \longmapsto 1, c \longmapsto 2, d \longmapsto 3, e \longmapsto 3$ bzw. $g : 1 \longmapsto A, 2 \longmapsto A, 3 \longmapsto B, 4 \longmapsto C$.

a) Stelle die Abbildungen durch Bilder dar.

b) Untersuche, ob f injektiv, surjektiv oder bijektiv ist. Dieselbe Aufgabe für g.

c) Bestimme Bild(f), Bild(g) und $f(T)$ für $T = \{a, b, c\} \subseteq M$.

d) Bestimme für jedes $x \in M$ den Bildwert unter der Abbildung $g \circ f$.

e) Untersuche, ob $g \circ f$ injektiv, surjektiv oder bijektiv ist. (4)

12. Aufgabe: $f : M \longrightarrow N$ und $g : N \longrightarrow P$ seien Abbildungen. Beweise:

a) Sind f und g surjektiv, so ist auch $g \circ f$ surjektiv.

b) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist auch f injektiv. (3)

13. Aufgabe: Konstruiere Beispiele für Abbildungen $f : M \longrightarrow N$ und $g : N \longrightarrow P$ mit folgenden Beispielen:

a) $g \circ f$ ist injektiv, aber g ist nicht injektiv.

b) $g \circ f$ ist surjektiv, aber f ist nicht surjektiv. (2)

Internet–Adresse: http://math-www.uni-paderborn.de/~chris