3. Übungsblatt

Einführung in das Zahlensystem (SS 2004)

Abgabe: Freitag, 14.5.2004 bis 14.15 Uhr vor der Übung

Versuchen Sie bitte, Ihre Lösungen ausführlich zu begründen. Die Angabe eines Ergebnisses allein reicht nicht aus!

Schreiben Sie bitte Ihren Namen, Vornamen und Ihre Matrikel–Nummer auf die erste Seite, und heften Sie alle Seiten zusammen.

7. Aufgabe: Beweise: Für alle $k, m, n, p \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $m < n$ und $n \leq p \implies m < p$

b) $m \leq n$ und $n < p \implies m < p$

c) $m < n \implies m + k < n + k$

d) $m < n$ und $\underline{k \neq 0} \implies m \cdot k < n \cdot k$ (4)

8. Aufgabe: Beweise: Für beliebige natürliche Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ mit $n \neq 0$ gibt es Zahlen $q, r \in \mathbb{N}$ mit den Eigenschaften

$$m = qn + r \quad \text{und} \quad r < n$$

(**Hinweis:** Führe vollständige Induktion nach m bei festem n.) (3)

9. Aufgabe: Sei $(M, \preceq)$ eine geordnete Menge. Beweise:

a) Jede nichtleere Teilmenge von M besitzt höchstens ein größtes Element.

b) Ist $(M, \preceq)$ wohlgeordnet, so ist $(M, \preceq)$ linear geordnet.

c) Untersuche, ob die geordnete Menge $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \subseteq)$ ein kleinstes und ein größtes Element enthält.

d) Gib eine Teilmenge von $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ an, die bzgl. $\subseteq$ weder ein kleinstes noch ein größtes Element enthält. Begründe die Wahl!

e) Sei $T \subseteq \mathbb{N}$ die Teilmenge der natürlichen Zahlen, die durch 3 teilbar sind. Untersuche, ob es ein größtes Element von T in $(\mathbb{N}, \leq)$ gibt. (5)

Internet–Adresse: http://math-www.uni-paderborn.de/~chris

Literaturhinweise:

Ebbinghaus,Heinz–Dieter,... :"Zahlen"

Oberschelp, Arnold: "Aufbau des Zahlensystems"

Strehl, Reinhard: "Zahlbereiche"