

10. Übungsblatt

Einführung in das Zahlensystem (SS 2004)

Abgabe: Freitag, 16.7.2004 vor der Vorlesung

Versuchen Sie bitte, Ihre Lösungen ausführlich zu begründen. Die Angabe eines Ergebnisses allein reicht nicht aus!

Schreiben Sie bitte Ihren Namen, Vornamen und Ihre Matrikel-Nummer auf die erste Seite, und heften Sie alle Seiten zusammen.

34. Aufgabe: Seien $a, r, x \in \mathbb{Q}$ mit $r > 0$. Beweise: $|x - a| < r \iff a - r < x < a + r$. (2)

35. Aufgabe: Seien $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Beweise:

a) $a < b \iff -a > -b$

b) $a \leq b$ und $c \leq 0 \implies ac \geq bc$

c) $a < b$ und $c < 0 \implies ac > bc$

d) $a > 0 \iff a^{-1} > 0$

e) $0 < a < b \iff 0 < b^{-1} < a^{-1}$

f) $0 < a < b \iff 0 < a^2 < b^2$

g) $x^2 \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{Q}$. (7)

36. Aufgabe: Beweise, daß die Folge $\left(\frac{2}{3n^2 + 5}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist. Welches Monotonieverhalten hat diese Folge? Ist sie beschränkt? (3)

37. Aufgabe: Beweise: Zu jeder rationalen Zahl $x \in \mathbb{Q}$ existiert eine natürliche Zahl n mit $x < n$ (**Hinweis:** Versuche es indirekt). (2)