

# 1. Übungsblatt

## Einführung in das Zahlensystem (SS 2004)

**Abgabe:** Freitag, 30.4.2004 bis 14.15 Uhr vor der Übung

**Versuchen Sie bitte, Ihre Lösungen ausführlich zu begründen. Die Angabe eines Ergebnisses allein reicht nicht aus!**

**Schreiben Sie bitte Ihren Namen, Vornamen und Ihre Matrikel-Nummer auf die erste Seite, und heften Sie alle Seiten zusammen.**

**1. Aufgabe:** Beweise: Für alle  $m, n \in \mathbf{N}$  gilt  $(m + n)' = m' + n'$ .

Führe vollständige Induktion nach  $n$  bei festgehaltenem  $m$ . Schreibe die einzelnen Teile des Induktionsbeweises entsprechend (1.6) ausführlich auf und gib insbesondere die Stelle an, in der die Induktionsvoraussetzung eingeht.

**Beachte**, daß die Kommutativität der Addition (noch) **nicht** benutzt werden darf, da dieses Ergebnis für den Nachweis der Kommutativität benötigt wird! (4)

**2. Aufgabe:** Untersuche, ob die folgenden Verknüpfungen auf  $\mathbf{N}$  assoziativ oder kommutativ sind:

a) Die Verknüpfung  $\star$  ist definiert durch  $m \star n := m$  für alle  $m, n \in \mathbf{N}$

b) Die Verknüpfung  $\diamond$  ist definiert durch  $m \diamond n := m^2 + n^2$  für alle  $m, n \in \mathbf{N}$  (4)

**3. Aufgabe:** Sei  $\mathbf{N}^* := \{0, 1\}$ . Definiere Nachfolger durch  $0' := 1$  und  $1' := 1$ . Begründe, daß in dieser Situation die Peano-Axiome  $P_1), P_2), P_3)$  und  $P_5)$  gelten, nicht aber  $P_4)$ . (3)

---

**Internet-Adresse:** <http://math-www.uni-paderborn.de/~chris>