Bitte beachten!

Füllen Sie bitte für jede Übung das beigefügte Deckblatt aus und heften Sie es an Ihre Aufgaben. Sie erleichtern uns damit unsere Listenführung und helfen mit, das Chaos, das wir am Ende des letzten Semesters mit den Punktelisten hatten, zu vermeiden.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Sollte bei einer der ersten beiden Übungen das Deckblatt fehlen, gibt es nur die halbe Punktzahl, danach werden Übungen ohne ausgefülltes Deckblatt nicht mehr gewertet.

Mathematik für Informatiker II
Sommersemester 2001

Deckblatt zu Übung Nr.* _____

Name:* ____________________

Vorname:* ____________________

Matrikelnr.:* | | | | | | | |

Gruppen–Nr.:* | | **NEU !!**

Gruppe:*† ____________________

Bemerkung:*‡ ____________________

Erreichte Punkte:§

Aufgabe:						Summe	Korrektor
Punkte:							

*Bitte lesbar (in Druckschrift) ausfüllen!

†Bitte angeben: Tag, von-bis, Tutor; z. B. DI 09-11 Nelius

‡Hier z. B. Wechsel der Übungsgruppe angeben

§Wird vom Korrektor ausgefüllt

9. Übungsblatt

MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER II (SS 2001)

Abgabe: Freitag 22.6.2001 bis **11.00 Uhr !!!**

Internet–Adresse der Vorlesung:

http://math–www.uni–paderborn.de/~chris/index10.html

Werfen Sie bitte Ihr Übungsblatt unbedingt in den für Ihre Gruppe vorgesehenen Kasten. Sonst könnte die Bewertung in Frage gestellt werden!!

40. Aufgabe: Beweise, daß für alle $z \in \mathbb{C}$ gilt: $\exp(\overline{z}) = \overline{\exp(z)}$. (3)

41. Aufgabe: a) Es sei $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ eine Folge komplexer Zahlen. Es gebe eine reelle Zahl q $(0 < q < 1)$ und ein $k_0 \in \mathbb{N}$ mit der Eigenschaft $|a_k| \le q^k \quad \forall\, k \ge k_0$. Beweise, daß die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ absolut konvergent ist.

b) !!!Korrigierte Aufgabenstellung:!!! Untersuche, ob die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(\frac{k}{2+i(2k-1)}\right)^k$ konvergent ist. (4)

42. Aufgabe: Die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k$ sei als Cauchy–Produkt der Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2^k}$ mit sich selbst definiert. Bestimme das Reihenglied c_k und den Wert der Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k$. (3)

43. Aufgabe: Beweise: Für alle $q \in \mathbb{Q}$ gilt $\exp(q) = e^q$.

Hinweise: **i)** Zeige $\exp(n) = e^n \quad \forall\, n \in \mathbb{N}_0$ durch vollständige Induktion.

ii) Führe den Fall $n \in \mathbb{Z}, n < 0$ auf i) zurück.

iii) Für $q = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$ $(\mathrm{m}, \mathrm{n} \in \mathbb{Z}, \mathrm{n} > 0)$ ist e^q definiert durch $e^q = \sqrt[n]{e^m}$. (4)

44. Aufgabe: a) Sei $(a_k)_{k\in\mathbb{N}_0}$ eine Folge komplexer Zahlen $\neq 0$. Die Folge $\left(\frac{|a_{k+1}|}{|a_k|}\right)_{k\in\mathbb{N}_0}$ sei konvergent und besitze einen Grenzwert $\sigma \in \mathbb{R}_{>0}$. Beweise, daß die Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < \frac{1}{\sigma}$ absolut konvergent ist, und für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| > \frac{1}{\sigma}$ divergent ist.
($\rho := \frac{1}{\sigma}$ heißt in diesem Falle der **Konvergenzradius** der Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k z^k$)

b) Bestimme den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen:

i) $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{k^2+1}$ **ii)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{3^k z^k}{k}$ (4)

Deckblatt nicht vergessen!