Bitte beachten!

Füllen Sie bitte für jede Übung das beigefügte Deckblatt aus und heften Sie es an Ihre Aufgaben. Sie erleichtern uns damit unsere Listenführung und helfen mit, das Chaos, das wir am Ende des letzten Semesters mit den Punktelisten hatten, zu vermeiden.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Sollte bei einer der ersten beiden Übungen das Deckblatt fehlen, gibt es nur die halbe Punktzahl, danach werden Übungen ohne ausgefülltes Deckblatt nicht mehr gewertet.

Mathematik für Informatiker II
Sommersemester 2001

Deckblatt zu Übung Nr.* _____

Name:* ______________________

Vorname:* ______________________

Matrikelnr.:*

Gruppe:*† ______________________

Bemerkung:*‡ ______________________

Erreichte Punkte:§

Aufgabe:						Summe	Korrektor
Punkte:							

*Bitte lesbar (in Druckschrift) ausfüllen!
†Bitte angeben: Tag, von-bis, Tutor; z. B. DI 09-11 Nelius
‡Hier z. B. Wechsel der Übungsgruppe angeben
§Wird vom Korrektor ausgefüllt

7. Übungsblatt

MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER II (SS 2001)

Abgabe: Freitag 8.6.2001 bis **11.00 Uhr !!!**

Abgabeort: s. Internet **Internet–Adresse** der Vorlesung:
http://math–www.uni–paderborn.de/~chris/index10.html

31. Aufgabe: Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge reeller Zahlen $a_n \geq 0$. Beweise auf Grundlage von (15.2), daß dann auch die Folge $(\sqrt{a_n})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent ist und gegen $\sqrt{\lim\limits_{n\to\infty} a_n}$ konvergiert. (3)

32. Aufgabe: Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch
$a_1 = 0\ ,\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}\quad (n \in \mathbb{N})$.

a) Bestimme das Folgenglied a_6 (Es ist eine Formel anzugeben!)

Beweise:

b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist streng monoton wachsend.

c) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt (zeige: $0 \leq a_n < 2\ \forall\, n \in \mathbb{N}$)

d) Bestimme den Grenzwert von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$. (4)

33. Aufgabe: Sei $a_n := \dfrac{F_{n+1}}{F_n}$ $(\forall\, n \in \mathbb{N})$. Dabei bezeichnet F_n die n–te Fibonacci–Zahl. Beweise, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent ist und bestimme ihren Grenzwert. (Hinweis: Man kann die explizite Formel für F_n aus (6.10e) benutzen!) (3)

34. Aufgabe: Bestimme den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ für:

a) $a_n = \sqrt[n]{3^n + 7^n}$ (Hinweis: Einschließungssatz!)

b) $a_n = \left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{n+1}$ (Hinweis: Grenzwertsätze!) (4)

35. Aufgabe: Es sei $M \subseteq \mathbb{R}$ eine nichtleere Teilmenge. Beweise:

a) M besitzt höchstens ein Supremum (Zeige: Sind $s, s' \in \mathbb{R}$ Suprema von M, so folgt $s = s'$)

b) Eine oberer Schranke s von M, die zu M gehört, ist das Supremum von M

c) Eine obere Schranke $s \in \mathbb{R}$ von M ist genau dann das Supremum von M, wenn gilt:
Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es mindestens ein $x \in M$ mit $s - \varepsilon < x$

d) Formuliere die entsprechenden Aussagen für Infima. (4)

Deckblatt nicht vergessen!