Bitte beachten!

Füllen Sie bitte für jede Übung das beigefügte Deckblatt aus und heften Sie es an Ihre Aufgaben. Sie erleichtern uns damit unsere Listenführung und helfen mit, das Chaos, das wir am Ende des letzten Semesters mit den Punktelisten hatten, zu vermeiden.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Sollte bei einer der ersten beiden Übungen das Deckblatt fehlen, gibt es nur die halbe Punktzahl, danach werden Übungen ohne ausgefülltes Deckblatt nicht mehr gewertet.

Mathematik für Informatiker II
Sommersemester 2001

Deckblatt zu Übung Nr.* _____

Name:* ____________________

Vorname:* ____________________

Matrikelnr.:*

Gruppe:*† ____________________

Bemerkung:*‡ ____________________

Erreichte Punkte:§

Aufgabe:						Summe	Korrektor
Punkte:							

*Bitte lesbar (in Druckschrift) ausfüllen!

†Bitte angeben: Tag, von-bis, Tutor; z. B. DI 09-11 Nelius

‡Hier z. B. Wechsel der Übungsgruppe angeben

§Wird vom Korrektor ausgefüllt

4. Übungsblatt

MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER II (SS 2001)

Abgabe: Freitag 18.5.2001 bis **11.00 Uhr !!!**

Abgabeort: s. Internet **Internet–Adresse** der Vorlesung:

http://math–www.uni–paderborn.de/~chris/index10.html

16. Aufgabe: Berechne die Determinanten der folgenden Matrizen:

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_4(\mathbb{R})$ **b)** $B = \begin{pmatrix} 1 & -3\,i & -2+i \\ 0 & -2 & 0 \\ 2-i & 5 & 1+2\,i \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_3(\mathbb{C})$

c) $C = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_2(\mathbb{Z}_{11})$ **d)** $D = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & -2 \\ 7 & -2 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ (4)

17. Aufgabe: $D_n = (a_{ik}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_n(K)$ sei eine obere Dreiecksmatrix (hierfür gilt $a_{ik} = 0$ für alle $i > k$). Finde eine "einfache" Formel für $\det(D_n)$ und beweise diese durch vollständige Induktion.

(Hinweis: Berechne zunächst $\det(D_1), \det(D_2), \det(D_3)$) (3)

18. Aufgabe: a) Es sei $G \in \mathrm{M}_n(K)$ eine Elementarmatrix. Beweise: $\det({}^tG) = \det(G)$. (Hinweis: Behandle die drei möglichen Fälle einzeln).

b) Es sei $A \in \mathrm{GL}_n(K)$. Beweise: $\det({}^tA) = \det(A)$

(Hinweis: Benutze a) und den Determinantenproduktsatz). (4)

19. Aufgabe: Die Abbildung $f : K^n \longrightarrow K^n$ sei definiert durch $f(\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} a_1 b_1 \\ \vdots \\ a_n b_n \end{pmatrix}$ für $\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \in K^n$. Hierbei sind $b_1, \dots, b_n$ feste Elemente aus K.

a) Beweise, daß f eine K–lineare Abbildung ist

b) Bestimme die Darstellungsmatrix von f

c) Beweise, daß f genau dann ein Isomorphismus ist, wenn $b_1 \cdot b_2 \cdot \ldots \cdot b_n \neq 0$ gilt. (3)

20. Aufgabe: a) Berechne für die komplexen Zahlen $(3+2i)^3$ und $\dfrac{1+i}{2-3i}$ die arithmetische Darstellung. **b)** Berechne i^n für alle $n \in \mathbb{N}_0$. (4)

Deckblatt nicht vergessen!