Bitte beachten!

Füllen Sie bitte für jede Übung das beigefügte Deckblatt aus und heften Sie es an Ihre Aufgaben. Sie erleichtern uns damit unsere Listenführung und helfen mit, das Chaos, das wir am Ende des letzten Semesters mit den Punktelisten hatten, zu vermeiden.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Sollte bei einer der ersten beiden Übungen das Deckblatt fehlen, gibt es nur die halbe Punktzahl, danach werden Übungen ohne ausgefülltes Deckblatt nicht mehr gewertet.

Mathematik für Informatiker II
Sommersemester 2001

Deckblatt zu Übung Nr.* _____

Name:* ______________________

Vorname:* ______________________

Matrikelnr.:*

Gruppe:*† ______________________

Bemerkung:*‡ ______________________

Erreichte Punkte:§

Aufgabe:						Summe	Korrektor
Punkte:							

*Bitte lesbar (in Druckschrift) ausfüllen!
†Bitte angeben: Tag, von-bis, Tutor; z. B. DI 09-11 Nelius
‡Hier z. B. Wechsel der Übungsgruppe angeben
§Wird vom Korrektor ausgefüllt

2. Übungsblatt

MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER I (WS 2000/01)

Abgabe: Freitag, 4.5.2001 bis **11.00 Uhr !!!**

Abgabeort: s. Internet

Internet–Adresse der Vorlesung:

http://math–www.uni–paderborn.de/~chris/index10.html

6. Aufgabe: Sei U der von den Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ erzeugte Unterraum von $\mathbb{R}^4$. Bestimme eine Basis von U und die Dimension von U. (4)

7. Aufgabe: Es sei $U \subseteq \mathrm{M}_7(\mathbb{R})$ die Menge aller symmetrischen (7×7)–Matrizen über $\mathbb{R}$.

a) Zeige, daß U ein Unterraum von $\mathrm{M}_7(\mathbb{R})$ ist

b) Bestimme die Dimension von U (natürlich mit Begründung). (5)

8*. Aufgabe: (Diese Aufgabe muß nicht bearbeitet werden, sondern wird in den Übungen behandelt! Analoge Überlegungen sind bei der Aufgabe 9 erforderlich)
a) Es sei V ein n–dimensionaler Vektorraum. Beweise, daß jedes EZS von V mit n Elementen eine Basis von V ist.

b) V und W seien beides n–dimensionale K–Vektorräume, und $f : V \longrightarrow W$ sei eine K–lineare Abbildung. Beweise: Ist f surjektiv, so ist f auch injektiv (und damit ein Isomorphismus).

9. Aufgabe: a) Es sei V ein n–dimensionaler Vektorraum. Beweise, daß jede linear unabhängige Teilmenge von V mit n Elementen eine Basis von V ist.

b) V und W seien beides n–dimensionale K–Vektorräume, und $f : V \longrightarrow W$ sei eine K–lineare Abbildung. Beweise: Ist f injektiv, so ist f auch surjektiv (und damit ein Isomorphismus). (5)

10. Aufgabe: Die Abbildung $f : \mathrm{M}_n(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^n$ ordne jeder Matrix $A = (a_{ik}) \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$ den Spaltenvektor $(a_{ii}) \in \mathbb{R}^n$ zu, der aus den Hauptdiagonalelementen von A gebildet wird.

a) Beweise, daß f eine $\mathbb{R}$–lineare Abbildung ist.

b) Untersuche, ob f injektiv oder surjektiv ist. (4)

11*. Aufgabe: (Nur zur Bearbeitung in den Übungsgruppen!!)
Für $A \in \mathrm{M}_n(K)$ sei die (lineare) Abbildung $f_A : K^n \longrightarrow K^n$ definiert durch $f_A(v) = A \cdot v$ $(v \in K^n)$. Beweise: $A \in \mathrm{GL}_n(K) \implies f_A$ Isomorphismus.

Deckblatt nicht vergessen!