Übungen zur Darstellungstheorie der S_n

Blatt 2, P. Bürgisser/D. Amelunxen, WS 2006/07

Aufgabe 5 (3 Punkte)
Sei $D : C_4 \to \mathrm{Gl}_4$ die reguläre Matrixdarstellung von $C_4 = \{\varepsilon, g, g^2, g^3\}$ bezüglich der Basis $(\varepsilon, g, g^2, g^3)$. Berechne $D(g)$, $D(g^2)$, $D(g^3)$.

Aufgabe 6 (4 Punkte)
In der Vorlesung wurde gezeigt, dass über $\mathbb{C}$ jeder einfache C_n-Modul eindimensional ist. Zeige, dass dies über $\mathbb{R}$ nur noch für $n \leq 2$ der Fall ist.

Aufgabe 7 (4 Punkte)
Bestimme alle Untergruppen und Normalteiler von S_4.

Aufgabe 8 (4 Punkte)
Sei G eine endliche Gruppe der Ordnung n und K ein Körper der Charakteristik $p > 0$, so dass $p|n$. Zeige, dass

$$V^G \;:=\; K\sum_{g\in G} g \;\subset K[G]$$

ein G-Untermodul von $K[G]$ ist, der kein direkter Summand von $K[G]$ sein kann.
(Tipp: Indirekter Beweis, betrachte die Projektionsabbildung)

!! Abgabe: Di 31.10.2006 (wg. Allerheiligen) bis 16:00 Uhr im Kasten auf D1.