NUMERIK IIb — Wintersemester 96/97
DR. WALTER OEVEL — 8. Nov. 1996

Übungsblatt 1

Erreichbare Punktzahlen sind in Klammern angegeben.

Aufgabe 1: (Zur Gruppeneigenschaft des Flusses)
Es sei F_{t,t_0} der Fluß des dynamischen Systems $dy/dt = f(t,y)$ auf dem $\mathbb{R}^n$, also: $y(t) = F_{t,t_0}(y_0)$ ist die Lösung zur Anfangsbedingung $y(t_0) = y_0$.

a) Zeige: $F_{t,t_1} \circ F_{t_1,t_0} = F_{t,t_0}$ für alle Zeiten t, t_1, t_0, für welche die Flüsse definiert sind. (3)

b) Zeige: für autonome Systeme $dy/dt = f(y)$ hängt F_{t,t_0} nur von der Differenz $t - t_0$ ab:

$$F_{t_0+h,t_0} = F_{t_1+h,t_1} \ . \tag{3}$$

c) Zeige: für autonome Systeme gilt mit der Notation $F_h \equiv F_{t_0+h,t_0}$ (unabhängig von t_0):

$$F_0 = id \ , \quad F_{h_1} \circ F_{h_2} = F_{h_2} \circ F_{h_1} = F_{h_1+h_2} \ , \quad F_h \circ F_{-h} = F_{-h} \circ F_h = id \tag{3}$$

(mit id = identische Abbildung).

d) Bestimme den Fluß F_h von $dy/dt = y^2$ (mit $y \in \mathbb{R}$) und verifiziere c). (3)

Anleitung:
a) betrachte $u(t) = (F_{t,t_1} \circ F_{t_1,t_0})(y_0)$ und $v(t) = F_{t,t_0}(y_0)$. Beide Funktionen erfüllen dieselbe Dgl und dieselbe Anfangsbedingung zur Zeit t_1. Eindeutigkeit.
b) ähnlich.
c) folgt aus a).

ABGABE: Freitag, 15. 11, Beginn der Vorlesung