Übungsaufgaben zur
"Stochastik für Informatiker"
Serie 8.

---

1. *Fussball*

   Eine Fußballmannschaft verliert erfahrungsgemäß 30% aller Spiele, 20% gehen unentschieden aus. In der kommenden Saison sind – unabhängig voneinander – insgesamt 24 Spiele zu bestreiten.

   Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Mannschaft diesmal nur 6 Spiele verlieren und 13 oder 14 Spiele gewinnen?

   (4 Punkte)

---

2. *Anwendung Verteilungsfunktion*

   Es sei X eine Zufallsgröße.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten
   (a) $P(10 \leq X < 13)$
   (b) $P(X = 12)$
   für den Fall, daß X

   (i) die Anzahl der Würfe zwischen der ersten und der zweiten "Sechs" in einer beliebig langen Würfelserie angibt,

   (ii) einer Exponentialverteilung mit dem Parameter $\lambda > 0$ genügt, d.h. die Dichte
   $$\psi(t) = \begin{cases} \lambda\, e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
   besitzt.

   (iii) stetig verteilt ist mit der Dichte
   $$f(t) = \begin{cases} c\, t^2 & t \in (0, 20) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad ,$$
   wobei c eine passend zu wählende Konstante ist.

   (7 Punkte)

---

b.w.

3. *Glühlampen*

Ein Hersteller von Glühlampen gibt für seine Produkte eine mittlere Lebensdauer von 500 Betriebsstunden an. Ermitteln Sie unter der Annahme, die Lebensdauer der Glühlampen sei exponentialverteilt, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die von Ihnen soeben erworbene Glühlampe

(a) innerhalbh von 2 Betriebsstunden ausfällt;

(b) exakt nach π Betriebsstunden ausfällt;

(c) innerhalb von 500 Betriebsstunden ausfällt oder

(d) eine Lebensdauer zwischen 800 und 850 Betriebsstunden bzw.

(e) eine Lebensdauer von mindestens 1000 Betriebsstunden besitzt.

(5 Punkte)

---

4. *UC-Verteilung*

Es seien a und b (mit $a < b$) beliebige reelle Zahlen. Man sagt, eine Zufallsgröße sei auf dem Intervall $[a,\, b]$ gleichmäßig stetig verteilt, wenn X die Dichte

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{für } x \in [a,\, b] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

besitzt.

a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_X von X und skizzieren Sie diese!

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gilt im Fall $a = 0,\, b = 1$

   b1) $X \in \left[\frac{1}{2},\, \frac{3}{4}\right]$?

   b2) $X > \frac{3}{4}$?

c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_Y und Dichte f_Y der Zufallsgröße $Y := X^2$ im Fall $a = 0,\, b = 1$. Gehen Sie dabei von dem Ansatz

$$F_Y(y) = P(Y \leq y), \quad y \in I\!R$$

aus.

(10 Punkte)

Abgabe: bis 8.12.04 9.00 Uhr Kasten 124 (grün) **(Aufgabe 4: ZÜ am 17.12.04)**

Besprechung und Rückgabe: in den Übungen ab 15.12.04

Hinweis: *Geben Sie außer Ihrem Namen auch Ihre Übungsgruppe mit an.*