Übungsaufgaben zur
“Stochastik für Informatiker”
Serie 5.

---

1. *Kartons*

Karton A enthält 8 Glühbirnen, von denen 3 defekt sind, Karton B enthält 5, darunter 2 defekte. Jedem Karton wird zufällig eine Glühbirne entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) beide Birnen defekt sind?
b) eine defekt und eine nicht defekt ist?
c) die defekte aus Karton A stammt, wenn eine defekt ist und eine nicht defekt ist?

(6 Punkte)

---

2. *Skatspiel(Unabhängigkeit)*

Aus einem Skatspiel (32 Karten) wird eine Karte gezogen, und wir betrachten die folgenden Ereignisse:

$A :\hat{=}$ “Es wird eine Sieben oder ein Herz Bild gezogen” (Die Karten Bube, Dame, König und As sind Bilder)
$B :\hat{=}$ “Es wird ein Bube gezogen”
$C :\hat{=}$ “Es wird eine Herzkarte gezogen”

Man untersuche, ob

(i) A und B,
(ii) A und C,
(iii) B und C,
(iv) A, B und C

unabhängige Ereignisse sind.

(4 Punkte)

---

3. *Geschlechterkonstellationen*

Von einem Elternpaar sei bekannt, daß es n (≥ 1) Kinder hat. Man interessiert sich nun für die folgenden Ereignisse:

$A :\hat{=}$ unter den n Kindern sind beide Geschlechter vertreten
$B :\hat{=}$ unter den n Kindern befindet sich höchstens ein Mädchen
$W_i :\hat{=}$ das (i.S. der Geburtsreihenfolge) i-te Kind ist ein Mädchen ($i = 1, \ldots, n$).

Dabei kann angenommen werden, daß alle möglichen Geschlechterkonstellationen gleichwahrscheinlich sind.

Untersuchen Sie, ob

(i) die Ereignisse A und B unabhängig
(ii) die Ereignisse $W_1, \ldots, W_n$ vollständig unabhängig sind.

(8 Punkte)

---

b.w.

4. *Weitere Aussagen über Unabhaengigkeit*

Untersuchen Sie, welche Teilaussagen der nachfolgenden Behauptung richtig sind.
(Zutreffendes ankreuzen **und** Begründung (Beweis oder Gegenbeispiel) beifügen!)

Es seien $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \in \mathcal{F}$. Dann gilt

(i) A, B und C paarweise $\perp\!\!\!\perp \quad \wedge \quad A \perp\!\!\!\perp B \setminus C \implies A, B, C$ (vollständig) $\perp\!\!\!\perp$ | R | F | ? |

(ii) $A \perp\!\!\!\perp B \quad \wedge \quad B \setminus C \perp\!\!\!\perp A \quad \wedge \quad B \cap C \perp\!\!\!\perp A \implies A \perp\!\!\!\perp C$ | R | F | ? |

(iii) Sind A, B, C (vollständig) unabhängig, können $A \cap B$ und $B \cap C$ nicht unabhängig sein. | R | F | ? |

(iv) $A \perp\!\!\!\perp B \quad \wedge \quad C \setminus B \perp\!\!\!\perp A \quad \wedge \quad B \cap C \perp\!\!\!\perp A \implies A \perp\!\!\!\perp C$ | R | F | ? |

(8 Punkte)

Abgabe: bis 17.11.04 9.00 Uhr Kasten 124 (grün)

Besprechung und Rückgabe: in den Übungen ab 24.11.04

Hinweis: *Geben Sie außer Ihrem Namen auch Ihre Übungsgruppe mit an.*