**Übungsaufgaben zur**
**“Stochastik für Informatiker”**
**Serie 13.**

---

1. *Verteilung Aufgabe 6.*

   Die Reißfestigkeit $X$ (in $N$) von Mineralfasern wird als angenähert $N(\mu;\sigma^2)$-verteilt angenommen. Zur Ermittlung von $\mu$ und $\sigma$ wurde festgestellt, dass 5% der Proben bei einer Belastung von weniger als $15N$ und 91% der Proben bei einer Belastung von weniger als $28N$ rissen. Berechne $\mu$ und $\sigma$.

   (6 Punkte)

---

2. *Getränkefabrik*

   In einer Getränkefabrik werden 1-Liter-Flaschen eines Erfrischungsgetränkes maschinell abgefüllt. Die Erfahrung zeigt, daß im Mittel 4% aller abgefüllten Flaschen weniger als 0.97 l und 3% aller abgefüllten Flaschen mehr als 1.03 l des betreffenden Getränkes enthalten. Die zufällig in eine Flasche eingefüllte Getränkemenge (in Litern) wird als Wert einer Zufallsvariablen $X$ angesehen. Man berechne Erwartungswert und Varianz von $X$, wenn $X$ eine $N(\mu, \sigma^2)-$Verteilung besitzt und im Einklang mit den angegebenen Erfahrungswerten $P(X < 0.97) = 0.04$ und $P(X > 1.03) = 0.03$ gilt.

   (3 Punkte)

---

b.w.

3. *Erwartungswert- und Varianzschätzung*

Es seien $X_1, \dots X_n$ unabhängige und identisch verteilte Zufallsgrößen mit dem gemeinsamen Erwartungswert $\mu = E\, X_1$ und der endlichen Streuung $\sigma^2 = D^2\, X_1$.

(a) Wenn der Erwartungswert $\mu$ nicht bekannt ist, kann man ihn aufgrund der Beobachtung von $X_1, \dots X_n$ erwartungstreu und konsistent schätzen. Geben Sie eine entsprechende Schätzung an und weisen Sie nach, daß diese über die geforderten Eigenschaften verfügt.

(b) Wir nehmen nun an, daß zwar der Erwartungswert $\mu$, nicht aber die Streuung $\sigma^2$ bekannt sei. Geben Sie einen erwartungstreuen Schätzer $\hat{\sigma^2}_N$ für $\sigma^2$ an und zeigen Sie, daß mit Wahrscheinlichkeit 1 gilt: $\lim_{N\to\infty} \hat{\sigma^2}_N = \sigma^2$.

Tips: 1.) Auch die Varianz ist ein Erwartungswert.
2.) Benutzen Sie ein Gesetz der großen Zahlen.

(8 Punkte)

---

**Abgabe: bis 26.01.05 9.00 Uhr   Kasten 124 (grün)**   **(Aufgabe 3: ZÜ am 28.01.05)**

**Besprechung: in den Übungen ab 27.01.05**

**Hinweis:** *Geben Sie außer Ihrem Namen auch Ihre Übungsgruppe mit an.*