

LÖSUNG LINEARER GLEICHUNGSSYSTEME MIT DEM AUSTAUSCHVERFAHREN

GLS:

$$A \cdot \underline{x} = \underline{y} \quad (1)$$

$\in \mathbb{R}^{m,n} \quad \mathbb{R}^n \quad \mathbb{R}^n$
geg. ges. geg.

Umformung:

$$\Leftrightarrow 0 = A \cdot \underline{x} - \underline{y}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\quad} = A \cdot \underline{x} - \underline{y} \quad (2.1) \wedge$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad} \quad (2.2)$$

Man sucht \underline{x} ($\in \mathbb{R}^n$) und _____ derart, daß (2.1) und (2.2) gleichzeitig erfüllt werden. Idee dazu:

- (2.1) als Austauschtableau schreiben
- die _____ als "freie" Variable nach oben tauschen

Erstes Austauschtableau:

$T0$	\underline{x}^T	1
—	A	—

bzw. ausführlich

$T0$	x_1	\dots	x_n	1
	a_{11}	\dots	a_{1n}	
	\vdots		\vdots	
—	a_{m1}	\dots	a_{mn}	—

Beispiel:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 &= 2 \\ 3x_1 + 6x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$T0$	x_1	x_2	1
	2	4	
	3	6	
	*	-2	1

$T1$	—	x_2	1
		1/2	-2
		3/2	0
		*	-2
			1

Allgemeine Form des Ergebnistableaus:

	$z_1 \dots z_r$	$x_{r+1} \dots x_n$	1
x_1 \vdots x_r	M^{11}	M^{12}	b_1 \vdots b_r } (I) oberer
z_{r+1} \vdots z_m	M^{21}		c_1 \vdots b_d } (II) unterer
	(l) linker	(M) mittlerer	(R) rechter Tableauteil

kurz:

Erläuterungen:

- Die _____ sind "frei", können also – wie gewünscht – mit dem Wert 0 belegt werden. Daher braucht _____ in der Rechnung nicht mitgeführt zu werden (Streichung der Pivot _____).

2. Beurteilung der Lösbarkeit: _____

_____ } \Leftrightarrow GLS (1) ist lösbar

_____ } \Leftrightarrow GLS (1) ist unlösbar

3. Bei Lösbarkeit: Ablesen der Lösung

Lösung	erkennbar:	AbleSEN:
eindeutig: $r = n$	_____	$\underline{x} = \underline{x}^B = \underline{\quad}$
mehrdeutig: $r < n$	_____	\underline{x} _____