# Zusammenfassung

**1)** Die Vektoren des Anschauungsraumes $\mathsf{A}$ lassen sich addieren und mit reellen Zahlen multiplizieren. Das Ergebnis ist jeweils wieder ein Vektor aus $\mathsf{A}$. Dafür gelten die Rechenregeln $A_0$) bis $A_4$) und $SM_0$) bis $SM_4$), so daß $(\mathsf{A}, +, \cdot_{\mathbf{R}})$ ein **Vektorraum** über dem Körper der reellen Zahlen ist.

**2)** In $\mathsf{A}$ gibt es 3 linear unabhängige Vektoren, und je 4 oder mehr Vektoren sind linear abhängig, d.h. 3 ist die Maximalzahl linear unabhängiger Vektoren in $\mathsf{A}$ . $\mathsf{A}$ ist ein Vektorraum der **Dimension** 3 oder ein 3–dimensionaler Vektorraum.

**3)** Sind $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ 3 linear unabhängige Vektoren in $\mathsf{A}$ , so läßt sich **jeder** Vektor aus $\mathsf{A}$ als **Linearkombination** von $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ mit **eindeutig bestimmten** Koeffizienten darstellen. Man bezeichnet $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ als eine **Basis** des Vektorraumes $\mathsf{A}$ . Jede Basis von $\mathsf{A}$ besteht aus genau 3 linear unabhängigen Vektoren.

**4)** Geraden durch den Nullpunkt und Ebenen durch den Nullpunkt erfüllen jeweils für sich betrachtet auch die Eigenschaften eines reellen Vektorraumes. Man bezeichnet sie als **Unterräume** von $\mathsf{A}$ .

**5)** Auf $\mathsf{A}$ gibt es ein **inneres Produkt**, das je zwei Vektoren eine reelle Zahl zuordnet. Es erfüllt die Eigenschaften $SP_1$) bis $SP_3$) . Damit können die **Länge** eines Vektors und der **Winkel** zwischen zwei Vektoren bestimmt werden. Mit Hilfe des inneren Produktes lassen sich geometrische Phänomene wie die **Orthogonalität** beschreiben.

**6)** Das **äußere Produkt** zweier Vektoren ist wieder ein Vektor. Es erfüllt die Eigenschaften $VP_1$) bis $VP_3$) . Mit Hilfe des äußeren Produktes läßt sich die **Parallelität** zweier Vektoren feststellen.

**7)** Das **Spatprodukt** dreier Vektoren ist eine reelle Zahl. Mit seiner Hilfe läßt sich feststellen, ob drei Vektoren linear unabhängig sind oder nicht. Es ist ein Spezialfall der sog. **Determinante**.

**8)** Bezüglich eines fest gewählten **rechtwinkligen Koordinatensystems** (das ist ein Orthonormalsystem) läßt sich jeder Vektor in eindeutiger Weise durch seine **Koordinaten** beschreiben. Die oben beschriebenen Rechenoperationen und Produktbildungen können alle in Koordinaten ausgedrückt werden. Damit lassen sich dann **geometrische** Phänomene **rechnerisch** behandeln.